

DOI: <http://doi.org/10.5281/zenodo.8077486>

Accepted: 19.06.2023

Tam Öğrenme Merkezli Zenginleştirilmiş Öğrenme Ortamının 5.Sınıf Öğrencilerin Cebirsel Düşünme Becerilerine Etkisi¹

The Effect Of Mastery-Centered Enriched Learning Environment On 5th Grade Students' Algebraic Thinking Skills

Sare ŞENGÜL

Marmara Üniversitesi

zsengul@marmara.edu.tr, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1069-9084>

Tuğba TEKCAN

Milli Eğitim Bakanlığı

tuğba-tekcan@hotmail.com, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6479-9427>

Özet

Çalışmanın amacı tam öğrenme merkezli zenginleştirilmiş bir öğrenme ortamının 5. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme becerilerine etkisini incelemektir. Öğrenme ortamı, tam öğrenme yöntemi ve Kaput'un (1999) cebirsel düşünme ile ilgili belirlediği 5 tema çerçevesinde teknoloji kullanımı, somut materyaller, gerçek hayat bağlamları içeren problemler ve grup çalışmaları ile zenginleştirilmiştir. Çalışmada karma yöntemlerden yakınsayan paralel desen kullanılmıştır. Çalışma 2020-2021 eğitim öğretim yılı bahar döneminde Kırklareli ilinde bir devlet ortaokulda okuyan öğrencilerle çevrimiçi olarak gerçekleştirilmiştir. Çalışmanın pilot uygulaması uygun örnekleme yöntemi ile belirlenmiş 69, 6. sınıf öğrencisi ile yapılmıştır. Ana uygulaması ise Cebirsel Düşünme Beceri Testi [CDBT] uygulanarak amaçlı örnekleme maksimum çeşitlilik yöntemi ile seçilmiş 12, 5. sınıf öğrencisi ile yürütülmüştür. Çalışmanın nicel verileri ön test ve son test olarak kullanılan Cebirsel Düşünme Beceri Testi [CDBT], izleme testleri ve uygulama esnasında yapılan paralel testlerden, nitel verileri ise video kayıtları, araştırmacının gözlemlerinden elde edilmiştir. Çalışmada nitel veriler içerik analizi yöntemiyle, nicel veriler Wilcoxon Testi, Kruskal Wallis Testi ve çeşitli betimsel istatistik yöntemleriyle analiz edilmiştir. Elde edilen bulgulara göre 5.sınıf öğrencilerinin CDBT ön test ve son test puanları arasında son test lehine pozitif bir ilişki mevcut olup, uygulamanın öğrencilerin cebirsel düşünme becerileri üzerinde orta düzeyde bir etkiye sahip olduğu belirlenmiştir. Öğrencilerin özellikle “sembollerin anlamlı kullanımı” ve “matematiksel

123

¹ Çalışma 1. yazarın danışmalığını yürüttüğü 2. yazarın yüksek lisans tezinin bir kısmından üretilmiştir.

modelleme” temalarında ise istenilen düzeyde başarı gösteremedikleri tespit edilmiştir. Bulgular ışığında araştırmacılara önerilerde bulunulmuştur.

Anahtar Kelimeler: Zenginleştirilmiş Öğrenme Ortamı, Cebirsel Düşünme Becerisi, Tam Öğrenme.

Abstract

The study was conducted to examine the effect of an enriched learning environment prepared in line with mastery learning principles on the algebraic thinking skills of 5th grade students. The enriched learning environment was prepared within the framework of mastery learning theory and Kaput's (1999) 5 themes related to algebraic thinking, including the use of technology, concrete materials, real-life problems and group work. Mixed method and convergent parallel designs were used in this study. Accordingly, both qualitative data (video recordings, researcher's observations and semi-structured interviews) and quantitative data (Algebraic Thinking Skill Test (ATST), which is used as pre-test and post-test, follow-up tests and parallel tests) were collected during the application. Moreover, they were combined and interpreted at the end of the research. The research application was carried out online with students studying at a public middle school in Kırklareli in the spring term of the 2020-2021 academic year. In order to carry out the ATST pilot application, 69 6th grade students were determined by convenient sampling, and 12 5th grade students were determined by the maximum variation method by applying ATST to carry out the main application. In the study, first of all, ATST, which was prepared as a draft, was applied to 6th grade students consisting of 69 students. Afterward, statistical analyzes were performed and ATST took its final form. In the main application, an enriched learning environment was applied to 12 5th grade students. Video recordings, researcher's observations and semi-structured interviews were analyzed by content analysis method, and quantitative data were analyzed with Wilcoxon Test, Kruskal Wallis Test and various descriptive statistical methods. As a result of the research, there was a positive relationship between the ATST pre-test and post-test scores of the 5th grade students in favor of the post-test, and it was determined that the application had a moderate effect on the students' algebraic thinking skills. It was determined that the students could not achieve the desired level of success, especially in the themes of "meaningful use of symbols" and "mathematical modeling". In the light of the findings, suggestions were made to the researchers.

Keywords: Enriched Learning Environment, Algebraic Thinking Skill, Mastery Learning

1. GİRİŞ

Okul matematiğinde somuttan soyut düşünceye geçmede önemli rol oynayan cebir, Lacampagne'ye (1995) göre matematiğin dilidir. Cebirin ne olduğu ya da nasıl öğretilmesi gerektiği üzerine genel olarak kabul edilmiş bir bakış açısı olmamasına rağmen, Kieran (1992) tarafından genel sayı ilişkilerini ve özelliklerini gösteren, polinom ve denklem çözümleri gibi konuları sembolize eden ve harflerin nicelikleri temsil etmesinden başka onlarla işlemler de yapabilen bir alan olarak tanımlanmıştır. Erbaş, Çetinkaya ve Ersoy (2009) da cebirin diğer bilim dallarının öğeleri arasında kavramsal ve kuramsal çerçeve çizerek ortak bir köprü ve dil görevi üstlendiğini söylemektedir. Kullanım alanı geniş olan ve bir dil olarak görülen cebirde, birkaç sayıdan ziyade sayı kümelerinin düşünülmesi gerektiği için aritmetikten daha soyut görülmektedir (Akkuş ve Palabıyık, 2011).

Cebirsel ifadelerin soyut bir dil olması nedeniyle öğrenciler okul matematiğinde bu konuda zorlanmakta ve öğrenme sürecinde engellerle karşılaşmaktadırlar (Hersovics ve Linchevski, 1994; National Council of

Teachers of Mathematics [NCTM], 2000; Stacey ve Macgregor, 1997). Bazı araştırmacılar tarafından matematik başarısının bir ön koşulu olarak kabul edilen cebir öğretiminde yaşanan zorlukların asıl nedeni olarak öğrencilerin ilkokul yıllarında gerekli cebirsel düşünme becerilerine sahip olmamaları gösterilmektedir (Hiebert vd., 2005; Stigler vd., 1999; U.S. Department of Education [ED], 1998; Office of Educational Research and Improvement [OERI], 1992 ve National Center for Education Statistics [NCES], 1998). Cebir öğretiminde yaşanılan zorlukların giderilmesi noktasında alanyazındaki görüşlerde de ilköğretim yıllarında cebirsel düşünmenin geliştirilmesine yoğunlaşmaktadır (Hiebert vd., 2005; Stigler vd., 1999; U.S. ED, 1998; OERI, 1992 ve NCES, 1998).

3.-5. sınıflarda cebirsel düşünmenin geliştirilmesine yönelik araştırma yapan Blanton, Crites, Dougherty, Levi ve Zbiek (2011) erken yaşlarda cebirsel düşünme becerisinin kazandırılmasının önemini vurgulamışlardır. Bobis, Lowrie ve Mulligan'da (2009) cebirsel düşünme ile ilgili olarak okul öncesi ve ilkokulda cebirsel kavramların müfredatın içinde yer alması gerektiği görüşünün son yıllarda benimsendiğini belirtmişlerdir. Buna rağmen son yıllarda alanyazında yapılan araştırma sonuçları ortaokul öğrencilerinin cebirsel düşünme becerilerinin istenilen düzeyde olmadığını ortaya koymaktadır (Atasoy, 2020; Girit ve Akyüz, 2016; Gökburun, 2021; Kaya, Keşan, İzgiol ve Erkuş, 2016; Kaya 2017; Türkoğlu, 2017; Usta ve Gökkurt Özdemir, 2018). O halde öncelikle cebirsel yapıların doğru yapılandırılmasında önemli olduğuna vurgu yapılan cebirsel düşünme nedir? sorusuna cevap aranmalıdır.

Herbert ve Brown (1997), cebirsel düşünmeyi mevcut durumlardan bilginin sentezlenerek ve bu bilginin kelimelerle, şekillerle, grafiklerle, denklemlerle matematiksel olarak ifade edilmesi olarak ifade etmişlerdir. Driscoll (1999) cebirsel düşünmeyi nicel durumlara göre değişken kullanımı ve bu değişkenler arasındaki ilişkiyi açık hale getirebilme çabası olarak tanımlamaktadır. NCTM (2000) ise cebirsel düşünmeyi; i) fonksiyonlar, ii) cebirsel sembolleri kullanarak matematiksel yapı ve durumları farklı şekillerde temsil ve analiz etmek, iii) nicel ilişkileri temsil etmek ve anlamak için matematiksel modeller kullanmak, iii) gerçekte yaşamla ilgili bağlantılardaki değişimi analiz etmek olarak açıklamaktadır. Cebirsel düşünme ile ilgili en kapsamlı sınıflandırma ise Kaput'a (1999) aittir. Kaput (1999) bu düşünme şeklini beş farklı tema ile tanımlanmıştır. Bunlar sırasıyla; i) aritmetik örüntülerden genelleme, ii) sembollerin anlamlı kullanımı, iii) sayı sistemindeki yapıların çalışılması, iv) fonksiyon ve örüntülerin çalışılması ve bu dört maddeyi birleştirecek olan v) matematiksel modelleme sürecidir. Yapılan tanımlar ışığında cebirsel düşünme, cebirden daha kapsamlı bir kavram olup öğrencilerin cebir alanına geçmeden önce cebire bir hazırlık olarak oluşturabilecekleri ve daha sonraları da hayat boyu kullanabilecekleri bir düşünme türü olduğu görülmektedir. Dolayısıyla bu düşünme türünün temelini ilkokul ve ortaokulda öğretilen sayılar, dört işlemler, geometrik akıl yürütme ve ölçme kavramlarıyla ilgili düşünceler oluşturduğu söylenebilir (Kaput, 2008).

Cebir ve cebirsel düşünme ile ilgili belirtilenler doğrultusunda şimdi de ülkemizdeki ilköğretim matematik programında cebir ve cebirsel düşünmenin yeri nedir? sorusunu irdeleyelim. Milli Eğitim Bakanlığı'na (MEB) (2018) göre resmi olarak 6. sınıf matematik öğretimi programında cebir öğrenme alanına ve cebirsel düşünme ile ilgili kazanımlara yer verildiği görülmektedir. Aktaş (2019) ise yaptığı araştırmasında daha önceki sınıf kademelerinde yer yer cebirsel düşünme becerisi ile ilgili kazanımlara rastlandığını belirtmektedir. Fakat özel olarak bu sınıflarda cebirsel düşünme alanına vurgu yapılması ile ilgili bir ifadeye rastlanmamaktadır. Özden'de (2019) öğrencileri cebire hazırlayacak kazanımların ve açıklamaların programda yeterince vurgulanmadığı öğretmenlere bırakıldığı ve öğretmenlerin de cebir öncesi farkındalıkları bulunmuyorsa öğrencilerin 6.sınıfta cebir ile ilk defa karşılaşmalarının ani bir giriş olacağını söylemektedir. Bu nedenle cebir öncesi dönemde özellikle cebir dönemine kritik bir geçiş dönemi olarak görülebilecek olan 5. sınıflarda cebirsel düşünme becerisinin geliştirilmesi ile ilgili yapılan ve yapılacak olan çalışmaların yeni öğretim programlarındaki değişikliklere de ışık tutacağı söylenebilir.

Öğrencilerde cebirsel düşünmeyi geliştirmek için hem yeni öğretim programlarının hem de bu tür öğretim programlarının geliştirilmesini destekleyen alanyazında birçok çalışma mevcuttur (Cetner, 2015; Çağdaşer,

2008; Kusumaningsih, Darhim, Herman ve Turmudi, 2018; Lian ve Yew, 2011; Naylor, 2005; Palabıyık ve İspir Akkuş, 2011). Ülkemizde son yıllarda yapılan çalışmalara bakıldığında ortaokul öğrencilerinin cebirsel düşünme becerilerinin yeterli seviyede olmadığı (Atasoy, 2020; Girit ve Akyüz, 2016; Gökburun, 2021; Kaya, Keşan, İzgiol ve Erkuş, 2016; Kaya 2017; Türkoğlu, 2017; Usta ve Gökkurt Özdemir, 2018) belirtilmektedir. Ayrıca, cebir öncesi kritik bir dönem olan 5. sınıf seviyesinde öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerini geliştirme açısından sınırlı sayıda araştırma bulunmaktadır (Köse ve Kızıltoprak, 2020; Türkmen ve Tanışlı, 2019; Yaman ve Dündar, 2015). Türkmen ve Tanışlı (2019) tarafından 3., 4. ve 5. sınıf öğrencilerinin fonksiyonel ilişkileri genelleme düzeylerini belirlemek üzere yapılan çalışmada tüm sınıf seviyelerinde fonksiyonel düşünmenin birçok göstergesinin olduğu fakat bazı ilişkileri genellemede öğrencilerin zorlandığı görülmüştür. Bu nedenle çalışmada cebir öncesi dönemde fonksiyonel ilişkilerin geliştirilebilir olduğu ve buna yönelik öğretim araçlarının artırılması gerektiğini ifade edilmektedir. Yaman ve Dündar (2015) ise 5.sınıf düzeyinde cebir eğitimi almayan öğrencilerin problem çözerken denklemleri kullanıp kullanmadıklarını sorguladıkları çalışmalarında öğrencilerin denklemler kurabildikleri ve bu denklemlerde değişik sayısal değerleri kullanabildiklerini elde etmişlerdir. Köse ve Kızıltoprak (2020) 5. sınıflarda ilişkisel düşünme ve sayı sisteminin özellikleri (değişme, birleşme, dağılma) gibi alanların geliştirilebildiğini göstermiştir. Böylece bu araştırmalar cebir öncesi dönemde cebirsel düşünme becerilerinin geliştirilmesi gerektiği ve geliştirilebilir olduğunu göstermektedir. Araştırmaların sınırlı sayıda olması nedeniyle bu alanda yapılacak farklı bakış açılarına sahip olan araştırmaların alana önemli bir zenginlik katacağı düşünülmektedir.

Diğer bir yandan, cebirsel düşünme gerçek hayatta karşılaştığımız bazı problemleri çözmemize, modellememize yardımcı olması yönüyle öğrencilerin problem çözme becerisi ile yakından ilgilidir. Booker ve Windsor (2010) cebirsel düşünme becerisi geliştirilirken problem çözme yönteminin faydalı olduğunu savunmuşlardır. Problemler bireylerin düşünme biçimleri edinmelerine, ulaştıkları genellemeleri ifade etmelerine ve cebirsel sembolizmin anlamlı bir şekilde kullanılmasına katkı sağlayabilmektedir (Carragher, Brizuela ve Schliemann, 2003). Ayrıca, Windsor (2010) matematiksel problem çözmeyi cebirsel düşünmeyi içerecek şekilde genişletmenin, matematiksel olarak daha farklı düşünme yollarını kolaylaştırdığını ve öğrencilerin rutin aritmetik çözümlerin ötesine geçen matematiksel deneyimlerini geliştirmeleri için fırsatlar ortaya çıkardığını ifade etmiştir. Herbert ve Brown'a (1997) göre de cebirsel düşünme alanı cebirin gerçek hayattaki kullanımlarının görülmesi açısından fayda sağlamaktadır. Van de Walle, Karp ve Bay-Williams (2012) ise öğrencilerin cebirsel düşünme becerisini geliştirmede örüntülerle ilgili uygulamalarda gerçek yaşam bağlamlarının kullanılmasının önemli olduğunu belirtmiştir. Özellikle cebirsel düşünmenin matematiksel modelleme kısmı Kaput (1999) tarafından gerçek hayat olgularının matematiksel olarak ifade edilmesi olarak tanımlanmıştır. Bu bağlamda cebir öncesi dönemde cebirsel düşünmenin geliştirilmesini sağlayacak, gerçek yaşam problemleri de içeren öğrenme ortamlarının geliştirilmesinin faydalı olacağı düşünülmektedir. Blanton ve Kaput' da (2004) çalışmalarında öğrencilerin cebirsel düşünmesini geliştirmek için öğretmenlerin, cebirsel düşünmeyi destekleyecek ortamları oluşturmasının ve sınıf kültürü oluşturacak yolları bulmasının önemini vurgulamıştır.

Günümüzde öğrencilerin dijital çağa uyumluluğunu sağlamak amacıyla eğitim ve öğretim sürecinin teknoloji destekli, sorgulamaya dayalı olduğu kadar ilgi çekici ve eğlenceli eğitim ortamlarının oluşturularak zenginleştirilmesinin gerektiği savunulmaktadır. Bu tür ortamlar öğrencilerin matematik başarısını artırmanın yanı sıra (Ginsburg ve Herbert, 2008) matematik dersine karşı tutumlarını ve özgüvenlerini olumlu yönde etkilemektedir (Guttstein, Lipman, Hernandez ve De Los Reyes, 1997; Mewborn, 2000). Bu nedenle farklı yaklaşımların da içinde bulunduğu bir zenginleştirilmiş öğrenme ortamının öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerini geliştirmede faydalı olacağı ifade edilebilir. Ayrıca Körükçü (2015) zenginleştirilmiş öğrenme ortamlarındaki ölçme ve değerlendirmenin de öğrencilerin ölçülen davranışları fark etmesi ve geri dönütler ile davranışlarını düzenleme fırsatı bulmalarından dolayı öğrenmeye olumlu etki ettiğini söylemektedir.

Çalışmada 5. sınıf öğrencilerine ön cebirsel düşünme becerilerinin kazandırılabilmesi için en iyi yöntemlerden biri olarak içerisinde biçimlendirici değerlendirmelerin olduğu “Tam Öğrenme” yönteminin olacağı söylenebilir. Bloom’un (1998) geliştirdiği ve okulda öğrenilmesi gereken davranışların herhangi bir zihinsel problemi olmayan tüm öğrencilerde yeterli zaman ve gerekli koşullar sağlandığında edinilebileceği görüşüne dayalı tam öğrenme yönteminde istenen olumlu öğrenme şartları farklı araştırmalarda farklı yaklaşımlarla desteklenebilmektedir. Örneğin; tam öğrenmeye dayalı işbirlikli öğrenme ortamları (Özder, 1996), tam öğrenme ilkeleri doğrultusunda oyun ve farklı etkinliklerle desteklenen matematik dersleri (Şengül ve Zengin, 2009), yaşam temelli senaryolarla desteklenmiş tam öğrenme yöntemi (Kocayusuf, 2014), uzaktan eğitimde tam öğrenme yöntemi (Ersoy, 2014), STEM uygulamaları ve tam öğrenme (Yıldırım ve Selvi, 2017) ve tersyüz sınıf modeli ile desteklenmiş tam öğrenme yöntemi (Özler, 2020) gibi araştırmalar bulunmaktadır. Yapılan araştırmalarda farklı yaklaşımlarla zenginleştirilmiş öğrenme ortamlarının tam öğrenme yaklaşımı ile birlikte öğrenmeye olumlu yönde etki ettiği görülmüştür.

Belirtilenler doğrultusunda son yıllarda ortaokul öğrencilerinin cebirsel düşünme becerilerinin yeterli düzeyde olmaması, ülkemizde cebir öncesi kritik bir dönem olan 5. sınıf seviyesinde cebirsel düşünmeyi geliştirmeye yönelik çalışmaların sınırlı olması gerekçeleriyle bu alanda yapılacak farklı bakış açlarına sahip çalışmalara ihtiyaç duyulduğu görülmektedir. Bu bağlamda cebirsel düşünme becerileri gibi önemli ve cebir öncesi edinilmesi gereken becerilerin öğrencilere kazandırılması noktasında tam öğrenme ilkeleri doğrultusunda hazırlanan zenginleştirilmiş bir öğrenme ortamının ne yönde katkı sunacağı araştırılmaya değer görülmüştür. Bu düşünceden hareketle çalışmanın amacı tam öğrenme merkezli zenginleştirilmiş bir öğrenme ortamının 5. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme becerilerine etkisini incelemektir. Belirtilen amaç doğrultusunda aşağıdaki alt problemler araştırılmıştır.

1. Kaput’a (1999) göre uygulama öncesi 5. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme beceri düzeyleri nedir?
2. Kaput’a (1999) göre uygulama sonrası 5. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme beceri düzeyleri nedir?
3. Kaput’a (1999) göre 5. sınıf öğrencilerinin uygulama öncesi ve sonrası cebirsel düşünme beceri düzeyleri arasında anlamlı bir fark var mıdır?

2. YÖNTEM

Karma yöntem araştırmaları, araştırmacının bir çalışma veya birbirini izleyen çalışmalar içerisinde nitel ve nicel yöntem, yaklaşım ve kavramları birleştirmesi olarak tanımlanır (Creswell, 2003; Johnson ve Onwuegbuzie, 2004). Karma yöntemle araştırma yapmak ise çeşitli yöntemler kullanarak olayları bir çerçeve içerisinde sunma, analiz etme ve bir araya getirmektir. Bu nedenle çalışmada karma yöntem desenlerinden yakınsayan paralel desen kullanılmıştır. Buna göre veri toplama ve veri analizi açısından hem nicel hem de nitel yöntemler araştırma sonunda tek bir yorum halinde birleştirilmek üzere eş zamanlı olarak kullanılmıştır (Creswell ve Plano Clark, 2015). Nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması ve nicel araştırma yöntemlerinden tek grup ön test-son test deneysel deseni kullanılmıştır.

2.1. Çalışma Grubu

Çalışmanın katılımcıları 2020-2021 yılında Kırklareli ilinde bir devlet ortaokulda okuyan 5. sınıf ve 6. sınıf öğrencilerinden oluşmaktadır. Cebirsel Düşünme Beceri Testi [CDBT]’nin geliştirilmesinde uygun örnekleme ile belirlenen 22’si kız, 47’si erkek öğrenci olmak üzere gönüllü toplam 69, 6. sınıf öğrencisi 1. çalışma grubunu oluşturmaktadır. Araştırmanın ana uygulaması için ise öncelikle 5. sınıf öğretmenlerinin önerileri doğrultusunda araştırmaya gönüllü katılım göstermek isteyen 4 düşük, 4 orta ve 4 yüksek akademik başarıya sahip olan 12 (7 kız, 5 erkek) öğrenci belirlenmiştir. Bu öğrencilere uygulanan CDBT’nin sonucunda (her grupta 4’er öğrenci olacak şekilde) düşük, orta ve yüksek cebirsel düşünme düzeyine sahip

oldukları tespit edilen öğrenciler esas çalışmanın katılımcılarıdır. Bu öğrenciler küçük bir çalışma grubunda çalışılan probleme taraf olabilecek bireylerin çeşitliliğini maksimum derecede yansıtmak (Patton, 1987) amacıyla amaçlı örnekleme maksimum çeşitlilik yöntemiyle belirlenmiştir. Ayrıca 5. sınıf öğrencilerinin katılımcı olarak belirlenmesi alanyazında cebirsel düşünmenin geliştirilmesi ile ilgili öngörülen kritik yaşın 4-12 yaş arası olarak belirtilmesi (Türkoğlu, 2017) ile de uyumluluk sağlamıştır.

2.2. Veri Toplama Araçları

Bu çalışmada veri toplama aracı olarak nicel veriler için ön test ve son test olarak kullanılan CDBT, tam öğrenme sırasında uygulanan izleme testleri ve paralel testler; nitel veriler için ise video kayıtları, araştırmacının gözlemleri kullanılmıştır.

2.2.1. Cebirsel Düşünme Beceri Testi [CDBT]

Cebirsel Düşünme Beceri Testi [CDBT] (Bkz. Ek1) 5. sınıf öğrencilerinin uygulama öncesi ve uygulama sonrası cebirsel düşünme becerilerini ölçmek amacıyla araştırmacılar tarafından hazırlanan 17 açık uçlu sorudan oluşan bir testtir. Test taslağı hazırlanırken Kaput'un (1999) cebirsel düşünme için önerdiği beş basamaklı cebirsel düşünme temaları göz önüne alınarak araştırmacılar tarafından belirlenen 12 adet kazanıma uygun ve her kazanım için en az 2 soru olacak şekilde bir soru havuzu hazırlanmıştır. Kazanımlar ayrıntılı olarak Ek 2'te verilmiştir. Araştırmacılar tarafından hazırlanan taslak test biri Doçent diğeri Dr. öğretim üyesi ünvanına sahip matematik eğitimi alanında uzmanlığını almış iki kadın akademisyen ile bir matematik öğretmeninin görüşlerine sunulmuştur. Sorular uzmanlar tarafından "Kazanıma Uygunluk, Seviyeye Uygunluk ve Açıklık ve Anlaşılabilirlik" açısından değerlendirilmiştir. Uzmanlardan gelen geri dönüşler sonucunda uygun olmadığına karar verilen sorular çıkarılmış, gerekli görüldüğü noktalarda bazı sorularda düzenlemelere gidilmiştir. Tablo 1' de yapılan düzenlemelerden biri örneklendirilmiştir. Böylece testin kapsam geçerliği sağlanmıştır.

Tablo1. Bir sorunun düzenlenmesi

Taslak Hali	Düzenlenmiş Hali
Tutumlu bir öğrenci olan Merve her gün harçlığının yarısını harcamayıp kumbarasına koymaktadır. Merve'nin günlük harçlığının miktarı 10 TL olduğuna göre; a. Merve'nin 5 günde, 7 günde ve 30 günde ne kadar para biriktireceğini bulunuz. b. Merve'nin harçlık aldığı gün miktarı verildiğinde biriken parayı bulabileceğimiz genel bir kural geliştirerek sözel olarak ifade ediniz.	Tutumlu bir öğrenci olan Merve her gün harçlığının yarısını harcamayıp kumbarasına koymaktadır. Merve'nin günlük harçlığının miktarı 10 TL olduğuna göre; a. Merve 2 günde ne kadar para biriktirir? b. Merve 3 günde ne kadar para biriktirir? c. Merve 4 günde ne kadar para biriktirir? d. Merve'nin harçlık aldığı gün miktarı verildiğinde biriken parayı bulabileceğimiz genel bir kural geliştirerek sözel olarak ifade ediniz. Bu kuraldan faydalanarak Merve'nin 50 günde ne kadar para biriktirdiğini bulunuz.

Testlerin uygun bilgi üretme yeteneğine sahip olması için geçerlik ve güvenilirliğinin sağlanması gerekmektedir. Bu nedenle CDBT için geçerliğin sağlanması amacıyla soruların kazanımlara dağılımını gösteren belirtke tablosu içinde uzman görüşü alınmıştır (Bkz. Ek.3). Güvenirlik için ise madde analizleri, yarıya bölme yöntemi, Cronbach Alfa ve Guttman iç tutarlılık kat sayıları kullanılmıştır. İlk olarak testin kapsam geçerliği uzman görüşü alınarak sağlanmıştır. Uzmanların görüş birliğini hesaplamak için Miles ve Huberman'ın (1994) güvenilirlik formülü "Güvenirlik = Görüş Birliği / (Görüş Birliği + Görüş Ayrılığı)" ile hesaplanmıştır. Uzmanların uyum yüzdesi % 88 olup tablo 2 de değerler sunulmuştur.

Tablo 2. CDBT'ye ait uzlaşma yüzdeleri

	Kazanıma Uygunluk	Seviyeye Uygunluk	Açıklık ve Anlaşılrlık	Uzlaşma Ortalaması
Uzlaşma Yüzdesi	0.96	0.96	0.72	0.88

Daha sonra güvenilirlik analizinin yapılması için test; testteki kazanımların MEB (2018) müfredatında 6. sınıf seviyesinde işlenmiş olması nedeniyle bir devlet ortaokulda öğrenim gören toplam 69, 6. sınıf öğrencisine iki aşamada uygulanmıştır. Uygulama çevrimiçi platformda öğrencilerin kameraları açık halde 3 gözetmen eşliğinde yapılmıştır. Öğrencilere her oturum için 80 dakika süre tanınmıştır. Testin puanlanmasında öğretmen olan araştırmacı ve diğeri matematik öğretmeni olmak üzere 2 farklı puanlayıcı kullanılmıştır. 2 farklı puanlayıcının uyuşma yüzdesi puanlayıcılar arası güvenilirliğin sağlanması amacıyla hesaplanmıştır. Uyuşma yüzdesi puanlayıcıların uyuştukları madde sayısının toplam değerlendirilen soru sayısına oranı olarak tanımlanmaktadır (Meyer, 1999). Çalışmada puanlayıcılar arası uyuşma yüzdesi %93.6 olarak hesaplanmıştır ve bu değer %75'in üzerinde olduğu için değerlendirme sonuçlarının güvenilir olduğu sonucuna ulaşılmıştır (Şencan, 2005). Uygulamadan sonra testin madde analizleri yapılmıştır ve testten çıkarılması gereken maddeler belirlenmiştir. Testte yer alan her bir maddenin güçlük ve ayırt edicilik analizlerine Tablo 3'te yer verilmiştir.

Tablo 3. CDBT'ye ait madde analiz değerleri

Madde No	Madde Güçlük İndeksi	Madde Ayırt Edicilik İndeksi	Madde No	Madde Güçlük İndeksi	Madde Ayırt Edicilik İndeksi
S1	0.728	0.455	S13	0.797	0.300
S2	0.863	0.232	S14	0.561	0.753
S3	0.397	0.426	S15	0.895	0.158
S4	0.713	0.232	S16	0.637	0.305
S5	0.779	0.163	S17	0.776	0.179
S6	0.411	0.389	S18	0.533	0.392
S7	0.738	0.282	S19	0.403	0.558
S8	0.392	0.595	S20	0.671	0.395
S9	0.741	0.313	S21	0.442	0.653
S10	0.666	0.489	S22	0.711	0.247
S11	0.675	0.561	S23	0.536	0.597
S12	0.382	0.574			

S5, S15 ve S17. maddelerinin madde ayırt edicilik indekslerinin .19 altında olmaları nedeniyle testten çıkarılmıştır. Ayrıca aynı kazanıma ait olan S1, S2, S3, S13 ve S14 maddelerinden testteki soruların kazanımlara dağılımının eşit olması için madde güçlük indeksi .60'tan düşük olan veya madde ayırt edicilik indeksi .30'dan düşük olan S2, S3 ve S14'ün testten çıkarılmasına karar verilmiştir. Yeni durumda Kolmogorov Smirnov testi yapılmış ve $p = .2 > .05$ olduğundan öğrenci puanlarının normal dağılıma sahip olduğu görülmüştür. Son durumda testin iç tutarlılığını analiz etmek amacıyla Cronbach Alfa, Spearman-Brown ve Guttman İç Tutarlık Katsayıları hesaplanmıştır. Testin ortalama madde güçlüğü, ortalama madde ayırt ediciliği ve Cronbach Alfa Katsayısının hesaplanması sonucunda elde edilen veriler Tablo 4'te bulunmaktadır.

Tablo 4. CDBT'ye ait iç tutarlılık katsayıları

N	Madde Sayısı	Ortalama Madde Güçlüğü	Ortalama Madde Ayırt Ediciliği	Cronbach Alfa Katsayısı	Spearman Brown Katsayısı	Guttman İç Tutarlılık Katsayısı
69	17	0.598	0.431	0.841	0.789	0.785

Testin ortalama madde güçlüğü. 598 olarak bulunmuştur. Bu değer testin orta zorlukta olduğunu göstermektedir. Testin ortalama madde ayırt ediciliği ise. 431 olarak bulunmuştur. Bu durum testin çok yüksek bir ayırt ediciliğe sahip olduğunu göstermektedir. Tablo 4'e göre Cronbach Alfa değeri. 841, Spearman-Brown değeri. 789 ve Guttman İç Tutarlılık değeri. 785 olarak bulunmuştur. Bu değerler testin yüksek bir güvenilirliğe sahip olduğunu göstermektedir.

2.2.2. İzleme ve Paralel Testler

Tam öğrenme ilkeleri doğrultusunda oluşturulan 4 saatlik öğrenme birimlerinden sonra öğrencilerden beklenen en az % 70 başarı düzeyine ulaşıp ulaşılmadığının tespit edilmesi amacıyla araştırmacılar tarafından oluşturulan öğrenme birimlerine ait bir testlerdir. Öğrencilerin buldukları sınıf düzeyi de göz önünde bulundurularak bu testlerden en az %70 başarı düzeyi esas alınmıştır (Demirel, 1999).

2.2.3. Video Kayıtları

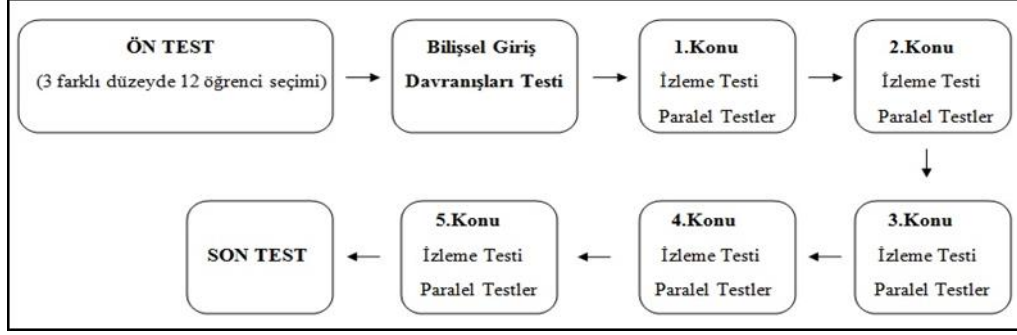
Uygulama esnasında uygulanan çevrimiçi derslerin tamamı öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerinin gelişimlerini inceleyebilmek amacıyla video kaydına alınmıştır. Bu kayıtların tamamı öğrenci ve velilerin izinleri doğrultusunda gerçekleştirilmiştir. Uygulama sonrası video kayıtları transkript haline getirilerek analiz edilmiştir.

2.2.4. Gözlem Notları

Uygulama esnasındaki her çevrimiçi ders sonrası araştırmacı tarafından alınan notlardır. Video kayıtlarına ek olarak öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerinin gelişimlerini inceleyebilmek amacıyla gözlem notları oluşturulmuştur. Araştırmacı katılımcı gözlemci rolünü üstlenmiş olup öğrencileri doğal ortamında gözlemlemiştir.

2.2.5. Verilerin Toplanması

Araştırma için gerekli izinler alınarak araştırma verileri bilimsel araştırma yöntemlerine ve etik kurallara uygun olarak toplanmıştır. Araştırmanın uygulaması uzaktan çevrimiçi (online) eğitim ile uygun platformlar üzerinden yürütülmüştür. Araştırmanın uygulanmasında öncelikle öğrencilere CDBT ön testi yapılmış olup, öğrenciler cebirsel düşünme becerilerine göre düşük, orta ve yüksek cebirsel düşünme becerisine sahip olan öğrenciler 4'er kişilik 3 gruba ayrılmıştır. Fakat bu kategorilendirme etik olarak uygun görülmemesi nedeniyle öğrencilerle paylaşılmamıştır. Ayrıca uygulama aşamalarını da etkileyen bir faktör değildir. Yalnızca verilerin analizinde farklı cebirsel düşünme becerisine sahip öğrencilerin gelişimini incelemek açısından kullanılmıştır. Ardından bütün öğrencilere tam öğrenme modeli basamakları uygulanmıştır. Süreç şekil 1 de özetlenmiştir.



Şekil 1. Verilerin toplanma süreci

Uygulamanın ilk aşaması olarak bilişsel giriş davranışları testi (Bkz.Ek.4) yapılmış olup, yalnızca 1 öğrencinin yeterli düzeyde gerekli ön kazanımlara sahip olmadığı görülmüştür. Bu öğrencinin eksikliklerini tamamlamak amacıyla ilgili kazanımlara yönelik ek ders yapılmıştır ve öğrencinin eksiklikleri tamamlanmıştır. Öğrenciler gönüllü ve istekli olarak araştırmaya katılmışlardır fakat duyuşsal giriş davranışları açısından öğrencileri tam olarak eğitime hazırlamak amacıyla ilk ders öncesi tüm öğrencilerle tanışma oyunu ve aktiviteleri gerçekleştirilmiştir. Örneğin, bir öğrenci kendi isminin ilk harfi ile başlayan bir karakter özelliğini ismiyle beraber (çalışkan Çınar vb.) söyledikten sonra, diğer öğrenci ilk önce önceki arkadaşının söylediğini tekrar etmektedir ve sonra aynı şeyi kendi ismi için de gerçekleştirmektedir. Böylece öğrencilerin birbirini daha iyi tanınması ve yeni başlayacakları eğitim için eğlenceli bir giriş olması amaçlanmıştır. Daha sonra beş farklı cebirsel düşünme teması 4'er ders saatlik 5 öğrenme ünitesi halinde zenginleştirilmiş öğrenme ortamı ile 5 hafta sonu boyunca öğrencilerle işlenmiştir. Bu araştırmada Kaput'un (1999) beş farklı cebirsel düşünme temasının her biri tam öğrenme yönteminde kullanılan bir öğrenme ünitesi olarak ele alınmıştır. Uygulama ile ilgili plan Ek 5'te verilmiştir. Böylece hazırlanan ders planları hafta sonları yapılan derslerde uygulanmış olup tam öğrenmenin sağlanıp sağlanmadığını ölçmek amacıyla ilgili izleme testleri derslerden 3 gün sonra uygulanmıştır. İzleme testlerinden yeterli puan alınmadığı takdirde öğrencilerin müsaitlik durumuna göre çevrimiçi ek dersler planlanmıştır ve ek derslerin ardından paralel testler yapılarak öğrenciler tam öğrenme düzeyine getirilmiştir. Ayrıca ders planları uygulanırken ders planlarındaki etkinlikler sunum halinde hazırlanmış olup derste o şekilde öğrencilerle tartışılarak sunulmuştur. Ders planları hazırlanırken bazı sanal manipülatif veya sanal oyunlar da ders planlarında kullanılmıştır. Bunlar; Colorado Boulder Üniversitesi'nin hazırlamış olduğu PhET Interactive Simulations'ta bulunan Eşitlik Kâşifi (Equality Explorer), Çarpım Alan Modeli (Area Model Multiplication) ve Fonksiyon İnşa Edici (Function Builder); The Math Learning Center tarafından hazırlanan Kısmi Çarpım Bulucu (Partial Product Finder); Utah Eyalet Üniversitesi'ndeki Ulusal Sanal Manipülatif Kütüphanesi'nde (National Library of Virtual Manipulatives) bulunan Cebir Dengesi Terazileri (Algebra Balance Scales); ABCYA'nın hazırladığı Tüylü Böcek Örüntüleri (Fuzz Bugs Patterns), Şekil Örüntüleri (Shape Patterns) ve İnteraktif 100 Sayı Tablosu (Interactive 100 Number Chart) uygulamalarıdır. Bu sanal manipülatiflerin araştırmada kullanımı ile ilgili gerekli izinler alınmıştır. Bunların yanında öğretim planları hazırlanırken yapılandırmacı yaklaşımın 4 aşamalı modeli (Ayas, Osborne ve Wittrock'tan aktaran Aktaş, 2019, ss. 49-50) kullanılmıştır. Bu modele göre ders planlarındaki aşamalar Tablo 5' te bulunmaktadır.

Tablo 5. Yapılandırmacı yaklaşımın 4 aşamalı modeli

1. Aşama (dikkat çekme-düdüleme aşaması): Öğrencilerin kavram üzerine dikkati çekilir ve kavram ile ilgili önceki öğrenmelerinin bu aşamada ortaya çıkarılması etkinliklerin düzenlenmesinde öğretmene yardımcı olur.
2. Aşama (odaklama aşaması): Bu aşamada öğrenciler aktiftir. Öğrencilerin öğretilmek istenen kavram ile ilgili zengin öğrenme deneyimlerine sahip olmaları için çeşitli öğrenme aktiviteleri(grup çalışması, beyin fırtınası, araç gereçlerle deneyime sahip olma, modeller kullandırma vb.) yapılır.
3. Aşama (mücadele aşaması) : Yeni öğrenilen bilgiler eskileriyle karşılaştırılıp yenilerine dönüştürüldüğü kısımdır. Burada öğretmen biraz daha aktif hale gelir ve konu öğretmenin belirlediği yöntem ile açıklanır. Öğrenciler sorularını sorar. Konunun tam anlamıyla anlaşılması sağlanır.
4. Aşama (uygulama aşaması) : Bu aşamada edinilen bilgiler farklı durumlarda uygulanabilir. Öğrencilerin öğrendikleri ile ilgili uygulamalar yapmalarını sağlayacak problem çözme, kompozisyon yazma, gerçek yaşam durumlarıyla bağlantı kurma gibi etkinlikler gerçekleştirilir. Önceki öğrenmeleri ile yeni öğrenmeleri karşılaştırılarak öğrendiklerinin farkına varmaları sağlanır. Farklı uygulamalarla konunun pekişmesi amaçlanır.

Okuyucuya yapılan uygulamayı daha iyi açıklayabilmek için 5 haftalık ders işleme süreci aşağıda kısaca açıklanmıştır.

1. Hafta: Birinci hafta cebirsel düşünme becerileri ön testi ve bilişsel giriş davranışları testinin yapılmasının ardından pazar günü tanışma aktiviteleri ile birlikte dersler yapılmaya başlanmıştır. Bu hafta aritmetik örüntülerden genelleme temasının yer aldığı Ders Planı 1, 4 ders saati halinde uygulanmıştır. Ayrıca, derslerden 3 gün sonra İzleme Testi 1, 30 dakika süreyle uygulanmıştır. İzleme testinin sonuçlarına göre öğrencilerin yaklaşık %16'sının konu ile ilgili yeterli düzeyde bilgi düzeyine ulaşamadıkları belirlenmiştir. Bu durumda öğrencilerin müsaitlik durumuna göre 2 ders saati kadar ek dersler düzenlenmiş olup derslerden bir gün sonra izleme testine paralel bir test yapılmıştır. Bu teste göre öğrencilerin tam öğrenme düzeyine ulaştığı belirlenmiştir. Böylece öğrenciler diğer üniteye geçmek için hazır hale gelmişlerdir. Şekil 2'de 1. haftadan soru sunumları ve öğrenci çözümlerine ait örnekler verilmiştir.

132

Domates ekme problemi:

"Ayşe bir gün dedesinin köydeki tarlasına gitmiştir. Tarlada dedesi domates fidelerini en az 70cm aralıklarla ekmeleri gerektiğini aksi takdirde fideler büyüdüklerinde birbirlerinin büyümelerini engelleyeceğini söyler. Birnu öğrenen Ayşe hemen eve gider ve evedeki genişliği en büyük saksıya domates fideleri ekmeye karar verir.

Saksıyı ölçtüğünde saksının genişliğinin 140cm olduğunu fark eder. Ayşe bu saksıya saksının genişliği doğrultusunda başına ve sonuna da olacak şekilde bu sıra boyunca domates ekecektir. Sence Ayşe bu saksıya en fazla kaç adet fidan dikebilir?"

Soru 2:

"Bir çizim esnasında 6 cm uzunluğundaki bir düz çizgiye 3 cm aralıklarla noktalar konulacaktır. En fazla kaç nokta konulabilir?"

Soru 3:

"8 cm uzunluğundaki bir yola 2 cm aralıklarla direkler dikilecektir. En fazla kaç direk dikilebilir?"

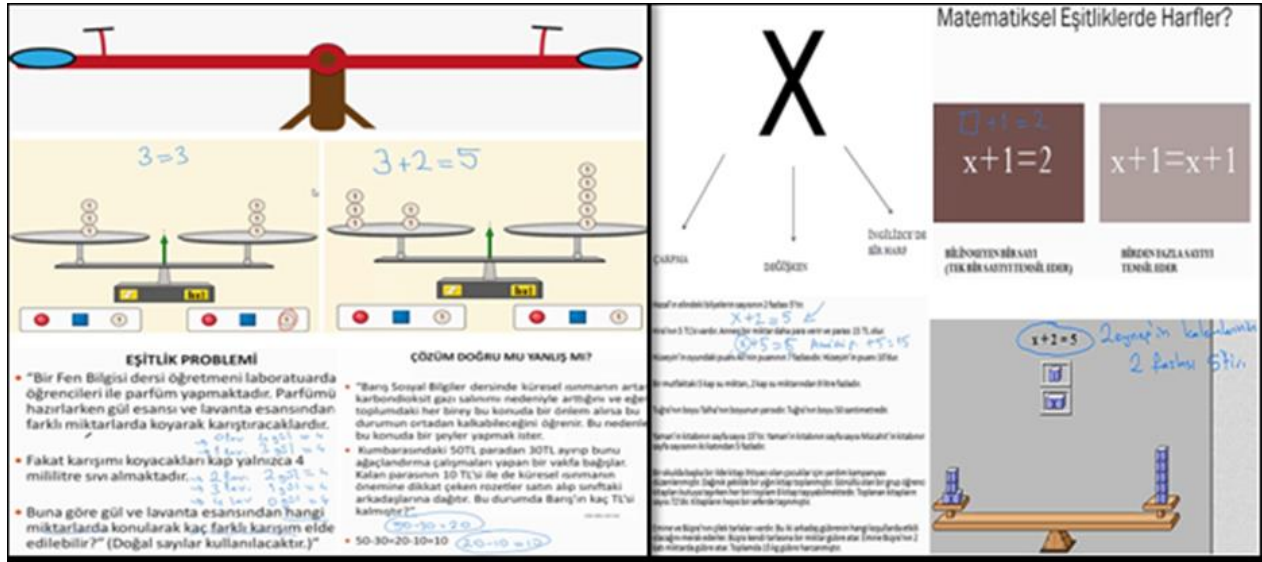
Handwritten diagram for Domates ekme problemi: A horizontal line with a double-headed arrow below it labeled '140'. Above the line, two vertical lines are drawn, each labeled '70', indicating two segments of 70 cm each.

Handwritten diagram for Soru 2: A horizontal line with a double-headed arrow below it labeled '6 cm'. Below the line, the calculation '6:3=2' is written.

Handwritten diagram for Soru 3: A horizontal line with a double-headed arrow below it labeled '8 cm'. Above the line, four vertical lines are drawn, each labeled '2', indicating four segments of 2 cm each.

Şekil 2. Öğrenci çalışma kâğıdı

2. Hafta: Bu haftada sembollerin anlamlı kullanımı teması işlenmiştir. Bu temanın soyut olması özelliğide göz önüne alınarak eşitlik işareti ve değişkenin farklı kullanımları temaları şeklinde iki alt temaya ayrılmıştır. Bu temaların yer aldığı Ders Planı 2, cumartesi günü 1 ders saatinde. Ders Planı 3 ise pazar günü 3 ders saatinde uygulanmıştır. 3 gün sonra İzleme Testi 2, 60 dakika süre verilerek uygulanmıştır. İzleme testinin sonuçlarına göre öğrencilerin %75'inin konu ile ilgili yeterli düzeye ulaşamadığı belirlenmiştir. Bu durumda öğrencilerin müsaitlik durumuna göre 2 ders saati daha ek ders yapılarak izleme testine paralel test bir gün sonra yapılmıştır. Bu teste göre de öğrencilerin yaklaşık %16'sının hala yeterli düzeyde olmadığı görülmüş olup tekrar 2 ders saati kadar ek eğitimler düzenlenmiştir ve bir gün sonra tekrar bir paralel test uygulanmıştır. Son durumda öğrencilerin tam öğrenme düzeyine ulaştığı belirlenmiştir. Böylece 2. tema tamamlanmıştır. Resim 3'de 2. haftadaki eşitlik işareti ve değişkenin farklı kullanımları dersine ait görsellere yer verilmiştir



Şekil 3. Eşitlik işareti ve değişkenin farklı kullanımları dersine ait görseller

3. Hafta: Bu haftada sayı sistemindeki yapıların çalışılması temasının yer aldığı Ders Planı 4 (Bkz. Ek 6) 4 ders saati halinde cumartesi günü uygulanmıştır. 3 gün sonra İzleme Testi 3, 30 dakika süre verilerek uygulanmıştır. İzleme testinin sonuçlarına göre öğrencilerin %50'sinin konu ile ilgili yeterli düzeye ulaşamadığı belirlenmiştir ve öğrencilerin müsaitlik durumuna göre 2 ders saati kadar ek dersler düzenlenmiş olup izleme testine paralel bir test bir gün sonra yapılmıştır. Bu teste göre öğrencilerin tam öğrenme düzeyine ulaştığı belirlenmiştir. Böylece 3. tema tamamlanmıştır. Resim 4'te sayı sistemindeki yapıların çalışılması temasına ait derslerden görsellere yer verilmiştir.

öğrencilerin müsaitlik durumuna göre 2 ders saati kadar ek dersler düzenlenmiş olup izleme testine paralel bir test 1 gün sonra yapılmıştır. Bu teste göre öğrencilerin tam öğrenme düzeyine ulaştığı belirlenmiştir. Böylece son tema da tamamlanmıştır. Bu temaya ait görseller Şekil 6'da verilmiştir.

1. Problem

- Utku'nun 10 TL parası vardır. Her gün annesinin kafesinde annesine yardım ederek 20 TL kazanmaktadır. $10 + 20 = 30$
- Utku'nun ilk olarak 1 günde daha sonra 2 günde ve 3 günde kaç para biriktirebileceğini bulunuz. $10 + (2 \times 20) = 50$
 $10 + (3 \times 20) = 70$
- Utku'nun kaç günde kaç para biriktirebileceğini gösteren matematiksel eşitliği yazınız.
 $10 + (60 \text{ sayı} \times 20) = \text{Biribirdeği para}$

2. Problem

- Sude'nin babası yeni aldığı arabasının kaç km'de ne kadar benzin yaktığını merak eder. Araba kullanırken gittiği yol ve harcadığı benzin miktarlarını aşağıdaki gibi not eder. $\text{Gidilen yol} : 4 = \text{Harcanan benzin}$

Gidilen yol (km)	Harcanan benzin (litre)
20	5
40	10
60	15

$\text{Gidilen yol} = (\text{Harcanan benzin} \times 4) = \text{Harcanan benzin}$
 $100 = 5 \times 20$
 $(\text{Yol} : 100) \times 5 = \text{kalori}$

3. Problem

- Bir yemek şirketinde 1 adet kurabiye şekillendirici makine için 5000TL harcanmıştır. $\text{Zirke} = 200 \text{ TL}$
- 1 kurabiye satışından 2 TL kar elde edildiği ve günde 100 kurabiye satıldığı bilindiğine göre kaç günde kaç TL kar elde edilebileceğini gösteren matematiksel eşitliği yazınız. $\text{Gör sayı} \times 200 = \text{Kar}$
- Bu eşitliğe göre kaç günde kurabiye makinesine verilen para kadar kar elde edilebileceğini hesaplayınız. $5000 : 200 = 25 \text{ gün}$

4. Problem

- "Furkan spor yapmayı çok sevmektedir. Spor yaparken telefonundaki uygulamada yürüdüğü yol ve harcadığı kalori miktarı yazmaktadır. Furkan'ın indirdiği uygulama bozulur ve Furkan uygulamadan sadece birkaç veriyi hatırlar.

Gidilen yol (metre)	Harcanan enerji (kalori)
100	5
300	15
400	20

700 | $?$

Şekil 3. Matematiksel Modelleme Teması Derslerine Ait Görseller

Son olarak ön test olarak uygulanan cebirsel düşünme beceri testi son test olarak da uygulanmıştır ve uygulama tamamlanmıştır. Uygulama esnasında dersler video kaydına alınmıştır. Ayrıca araştırmacı her ders sonrası gözlem notları tutmuştur. Uygulama sonrasında ise 3 öğrenci ile çevrimiçi yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır. Diğer öğrencilerden de görüşmedeki soruların yanıtları yazılı olarak toplanmıştır.

2.3. Araştırmanın Geçerlik ve Güvenirliği

Bir araştırmada geçerlik araştırılmak istenen araştırma sorularının bulgularda ne derece doğru şekilde cevaplandığı ile ilgilidir. Geçerlik genellikle iç geçerlik, dış geçerlik ve yapı geçerliği olmak üzere şu başlıklar halinde incelenir. Yıldırım ve Şimşek (2018) iç geçerliği veri toplama, verilerin analizi ve yorumlanmasında tutarlılık ve bu tutarlığın nasıl sağlandığını açıklama olarak belirtmiştir. Bu araştırmada iç geçerliği arttırmak amacıyla çeşitleme yöntemi kullanılmıştır. Buna göre, veriler hem video kayıtlarının analizi, gözlem, görüşme gibi nitel veri toplama araçlarıyla hem de cebirsel düşünme beceri testi, izleme testleri ve paralel testler gibi nicel veri toplama araçlarıyla toplanmıştır. Veriler analiz edilirken bir matematik öğretmeni ve araştırmacıların süreci kontrolü ile veriler analiz edilmiştir. Araştırmanın dış geçerliğinin sağlanması ise çalışmanın genellenebilirliği ile ilgilidir. Bu araştırmada araştırmanın benzer araştırma ortamlarına genellenebilirliğinin artırılması için araştırmanın her aşaması detaylı bir biçimde açıklanmıştır. Bir diğer geçerlik türü olan yapı geçerliği daha çok ölçme araçları için kullanılan bir kavramdır. Örneğin, bu araştırmadaki cebirsel düşünme beceri testinin cebirsel düşünme yapısını ne derece ölçtüğü yapı geçerliği ile ilgilidir. Belli bir işlemden önceki ön test ve sonraki son test sonuçlarının karşılaştırılması yapı geçerliğine katkıda bulunabilmektedir (Baştürk, Dicle ve Dönmez, 2013). Bu araştırmada ön test ve son test arasındaki anlamlı fark yapıdaki kuramın başarısı, uygulanan işlemin başarısı veya ölçme aracının yeterliliği anlamına gelebilmektedir. Güvenirlik ise bulguların tekrarlanabilirliği ile ilgili bir kavramdır. Araştırmanın yönteminin güvenirlige olumlu yönde katkı sağladığı söylenebilir. Çünkü nitel ve nicel yöntemlerin güçlü yanlarının birleştirilmesi nedeniyle karma yöntem araştırmalarının diğer yöntemlere göre daha güvenilir olabildiği söylenmektedir (Balat, Göktaş, Gündüz ve Kayalı, 2019). Ayrıca,

cebirsel düşünme beceri testinin güvenilirliği madde analizleri, yarıya bölme yöntemi, Cronbach Alfa ve Guttman iç tutarlılık testleri gibi istatistiksel yöntemlerle sağlanmıştır.

2.4. Verilerin Analizi

Verilerin analizinde; video kayıtları, gözlem notları ve yarı yapılandırılmış görüşme verilerinden oluşan nitel veriler içerik analizi tekniği ile ve nicel veriler SPSS paket programı ile analiz edilmiştir. Nitel verilerden video kayıtları ve gözlem notları Kaput'un (1999) belirlediği 5 tema etrafında kategorilere ayrılarak çözümlenmiştir. Bu kategoriler araştırmada belirtilen kazanımlardan oluşmakla beraber bazı kazanımlara ulaşma sürecinin belli alt kategoriler ile gerçekleştiği araştırma esnasında belirlenmiştir. Bu tür kazanımlarda cebirsel düşünme düzeyleri bu alt kategorilere göre yorumlanmıştır. Bu durumda Yıldırım ve Şimşek'in (2018) içerik analizinde kullanılan genel bir çerçeve içinde yapılan kodlama türü kullanılmıştır. Buna göre kodlama sürecinde genel kategoriler ya da temalar önceden belirlenir ve bu temalar altında kullanılabilir daha ayrıntılı kodlar verilerin incelenmesi sonucu ortaya çıkar. Yarı yapılandırılmış görüşme verilerinin analizinde ise kullanılan verilerden çıkarılan kavramlara göre yapılan kodlama türü kullanılmıştır. Nicel verilerin analiz tekniğine karar vermek amacıyla ön test ve son test puanlarının parametrik olup olmadığına Shapiro-Wilk Testi sonucuna göre karar verilmiştir.

Tablo 6. Normallik testi

Normallik Testi						
	Kolmogorov-Smirnov ^a			Shapiro-Wilk		
	Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
Ön Test	.299	12	.004	.809	12	.012
Son Test	.237	12	.060	.838	12	.026
a. Lilliefors Significance Correction						

Tablo 6'de verilen p değerlerinin .05'ten küçük olması nedeniyle (.012 < .05 ve .026 < .05) verilerin çözümlenmesinde parametrik olmayan testler kullanılmıştır. Ön test ve son test arasında anlamlı bir fark olup olmadığını tespit etmek için bağımlı gruplar için kullanılan Wilcoxon Testi kullanılmıştır. Cebirsel Düşünme Beceri Testi ön testte ve son testte düşük, orta ve yüksek cebirsel düşünme becerisine ait gruplar arasında anlamlı bir fark olup olmadığı da Kruskal Wallis Testi ile incelenmiştir. Ayrıca, etki büyüklüğü analizi ve çeşitli betimleyici istatistik öğeleri ile veriler çözümlenmiştir. Etki büyüklüğü değeri $r \leq .20$ ise düşük, $.20 - .80$ arasındaysa orta, $r \geq .80$ ise yüksek düzeyde bir etki olarak yorumlanmaktadır (Cohen, 1992).

3. BULGULAR

Bu kısımda verilerin çok fazla olması nedeniyle öğrencilerin farklı akademik başarı düzeyleri göz önüne alınmadan genel olarak cebirsel düşünme düzeyleri ile ilgili bulgulara yer verilmiştir. Çalışma sonucunda elde edilen veriler araştırma problemleri sırasında sunulmuştur.

Araştırmanın ilk alt problemi "Kaput'a (1999) göre uygulama öncesi 5. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme beceri düzeyleri nedir?" sorusunu sorgulamaktadır. Öğrencilerin uygulama öncesi cebirsel düşünme beceri düzeyleri betimsel istatistik yöntemleriyle açıklanmıştır. Tablo 7'de çalışma grubundaki öğrencilerin uygulama öncesi cebirsel düşünme becerilerini ölçmek amacıyla yapılan CDBT ön test sonuçlarını farklı temalar açısından başarı yüzdeleriyle göstermektedir.

Tablo 7. Cebirsel düşünme beceri testi ön test sonuçları

Öğrenciler/ Temalar	Aritmetik Örüntülerden Genelleme (%)	Sembollerin Anlamlı Kullanımı (%)	Sayı Sistemindeki Yapıların Çalışılması (%)	Fonksiyon ve Örüntülerin Çalışılması (%)	Matematiksel Modelleme (%)	Toplam Başarı (%)
1	52.5	13.0	0	0	0	11.5
2	0	12.0	35.0	15.0	0	12.6
3	52.5	48.5	15.0	12.5	0	30.9
4	80.0	29.5	62.5	90.0	25.0	52.9
5	80.0	42.0	75.0	56.5	67.5	56.8
6	40.0	56.5	85.0	81.5	0	57.1
7	100.0	33.0	62.5	70.0	67.5	57.1
8	100.0	33.5	85.0	91.5	0	57.1
9	82.5	51.5	82.5	84.0	37.5	64.7
10	90.0	48.5	77.5	84.0	47.5	65.0
11	90.0	40.0	90.0	100.0	37.5	65.6
12	100.0	46.5	77.5	94.0	100.0	73.8
Toplam Başarı Ortalaması (%)	72.3	37.9	62.3	64.8	31.9	50.4

Tablo 7’de 12 öğrencinin CDBT Ön test sonuçları Kaput’un (1999) beş cebirsel düşünme temasına ait ortalama puan yüzdeleri ve testteki toplam başarı yüzdeleri verilmiştir. Tablo 7’ye göre “Aritmetik Örüntülerden Genelleme” temasında öğrencilerin % 66.6’sı (8 öğrenci), “Sembollerin Anlamlı Kullanımı” temasında öğrencilerin hiçbiri (0 öğrenci), “Sayı Sistemindeki Yapıların Çalışılması” temasında öğrencilerin %58.3’ü (7 öğrenci), “Fonksiyon ve Örüntülerin Çalışılması” temasında öğrencilerin %66.6’sı (8 öğrenci) ve “Matematiksel Modelleme” temasında öğrencilerin %8.3’ü (1 öğrenci) yeterli düzeyde bulunmuştur. Bu durumda 3 temada öğrencilerin çoğu yeterli düzeyde iken 2 temada öğrencilerin neredeyse hiçbirinin yeterli düzeyde olmadığı görülmektedir. Testteki toplam başarı açısından bakıldığında ise; 1 öğrenci testte %70 üzeri, 2 öğrenci % 65-70 arası ve 9 öğrenci % 65’ten düşük başarı elde etmiştir. Ayrıca cebirsel düşünme temalarında da yalnızca “Aritmetik Örüntülerden Genelleme” temasında öğrencilerin ortalama puanları %70 üzerinde çıkmıştır. Buna göre uygulama öncesi 5. sınıf öğrencilerinin %91.6’sının cebirsel düşünme beceri düzeylerinin yeterli seviyede olmadığı, grup toplam ortalama başarısının %50.4 olduğu ve yalnızca bir temada öğrenci başarı ortalamalarının istenilen düzeyde olduğu görülmektedir.

Araştırmanın ikinci alt problemi “Kaput’a (1999) göre uygulama sonrası 5. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme beceri düzeyleri nedir?” sorusunu sorgulamaktadır. Öğrencilerin uygulama sonrası cebirsel düşünme beceri düzeyleri betimsel istatistik yöntemleri, izleme testleri ve paralel testler yardımıyla açıklanmıştır. Tablo 8 çalışma grubundaki öğrencilerin uygulama sonrası cebirsel düşünme becerilerini ölçmek amacıyla yapılan Cebirsel Düşünme Beceri Testi (CDBT) son test sonuçlarını göstermektedir.

Tablo 8. Cebirsel düşünme beceri testi son test sonuçları

Öğrenciler/Temalar	Aritmetik Örüntülerden Genelleme (%)	Sembollerin Anlamlı Kullanımı (%)	Sayı Sistemindeki Yapıların Çalışılması (%)	Fonksiyon ve Örüntülerin Çalışılması (%)	Matematiksel Modelleme (%)	Toplam Başarı (%)
1	100.0	62.0	97.5	81.5	50.0	73.8
2	22.5	37.0	50.0	40.0	25.0	36.2
3	100.0	78.0	77.5	75.0	0	70.6
4	90.0	64.0	92.5	90.0	55.0	75.3
5	100.0	56.5	77.5	57.5	75.0	66.5
6	72.5	70.0	85.0	81.5	25.0	69.4
7	100.0	69.5	100.0	70.0	90.0	79.1
8	100.0	49.5	85.0	94.0	40.0	68.8
9	100.0	60.5	92.5	100.0	67.5	79.1
10	100.0	74.5	100.0	75.0	50.0	77.6
11	100.0	75.0	92.5	100.0	75.0	85.9
12	100.0	89.5	92.5	94.0	85.0	91.5
Toplam Başarı Ortalaması(%)	90.4	65.4	86.9	79.8	53.1	72.8

Tablo 8’de 12 öğrencinin CDBT son testinde Kaput’un (1999) beş cebirsel düşünme temasına ait ortalama puan yüzdeleri ve testteki toplam başarı yüzdeleri verilmiştir. Tablo 8’ e göre; “Aritmetik Örüntülerden Genelleme” temasında öğrencilerin % 91.6’sı (11 öğrenci), “Sembollerin Anlamlı Kullanımı” temasında öğrencilerin % 41.6’sı (5 öğrenci), “Sayı Sistemindeki Yapıların Çalışılması” temasında öğrencilerin %91.6’sı (11 öğrenci), “Fonksiyon ve Örüntülerin Çalışılması” temasında öğrencilerin % 83.3’ü (10 öğrenci) ve “Matematiksel Modelleme” temasında öğrencilerin % 33.3’ü (4 öğrenci) yeterli düzeyde bulunmuştur. Bu durumda 3 temada öğrencilerin neredeyse tamamı yeterli düzeyde iken 2 temada öğrencilerin yaklaşık yarısının yeterli düzeyde olmadığı görülmektedir. Testteki toplam başarı açısından bakıldığında ise; 8 öğrenci testte %70 üzeri, 3 öğrenci % 65-70 arası ve 1 öğrenci % 65’ten düşük başarı elde etmiştir. Ayrıca cebirsel düşünme temalarında da “Aritmetik Örüntülerden Genelleme”, “Sayı Sistemindeki Yapıların Çalışılması” ve “Fonksiyon ve Örüntülerin Çalışılması” temalarında öğrencilerin ortalama puanları %70 üzerinde çıkarken, “Sembollerin Anlamlı Kullanımı” ve “Matematiksel Modelleme” temalarında %50-70 puan arasındadır. Buna göre uygulama sonrası 5. sınıf öğrencilerinin %66.6’sının (8 öğrenci) cebirsel düşünme beceri düzeyinin %70 başarı seviyesinin üzerinde olduğu, grup toplam ortalama başarısının %72.8 olduğu, 3 temada öğrenci başarı ortalamalarının istenilen düzeyde olduğu ve 2 temada istenilen düzeyde olmadığı görülmüştür.

Araştırmanın üçüncü alt problemi “Kaput’a (1999) göre 5. sınıf öğrencilerinin uygulama öncesi ve sonrası cebirsel düşünme beceri düzeyleri arasında anlamlı bir fark var mıdır?” sorusunu sorgulamaktadır. Tablo 9’ta 12 öğrencinin CDBT ön test ve son testinde Kaput’un (1999) beş cebirsel düşünme temasına ait ortalama puan yüzdeleri ve testteki toplam başarı yüzdeleri verilmiştir.

Tablo 9. Cebirsel düşünme beceri testi ön test ve son test sonuçları

Öğrenciler / Temalar	Aritmetik Örüntülerden Genelleme (%)		Sembollerin Anlamli Kullanımı (%)		Sayı Sistemindeki Yapıların Çalışılması (%)		Fonksiyon ve Örüntülerin Çalışılması (%)		Matematiksel Modelleme (%)		Toplam Başarı (%)	
	Ön Test	Son Test	Ön Test	Son Test	Ön Test	Son Test	Ön Test	Son Test	Ön Test	Son Test	Ön Test	Son Test
1	52.5	100.0	13.0	62.0	0	97.5	0	81.5	0	50.0	11.5	73.8
2	0	22.5	12.0	37.0	35.0	50.0	15.0	40.0	0	25.0	12.6	36.2
3	52.5	100.0	48.5	78.0	15.0	77.5	12.5	75.0	0	0	30.9	70.6
4	80.0	90.0	29.5	64.0	62.5	92.5	90.0	90.0	25.0	55.0	52.9	75.3
5	80.0	100.0	42.0	56.5	75.0	77.5	56.5	57.5	67.5	75.0	56.8	66.5
6	40.0	72.5	56.5	70.0	85.0	85.0	81.5	81.5	0	25.0	57.1	69.4
7	100.0	100.0	33.0	69.5	62.5	100.0	70.0	70.0	67.5	90.0	57.1	79.1
8	100.0	100.0	33.5	49.5	85.0	85.0	91.5	94.0	0	40.0	57.1	68.8
9	82.5	100.0	51.5	60.5	82.5	92.5	84.0	100.0	37.5	67.5	64.7	79.1
10	90.0	100.0	48.5	74.5	77.5	100.0	84.0	75.0	47.5	50.0	65.0	77.6
11	90.0	100.0	40.0	75.0	90.0	92.5	100.0	100.0	37.5	75.0	65.6	85.9
12	100.0	100.0	46.5	89.5	77.5	92.5	94.0	94.0	100.0	85.0	73.8	91.5
Toplam Başarı Ortalaması (%)	72.3	90.4	37.9	65.4	62.3	86.9	64.8	79.8	31.9	53.1	50.4	72.8
Toplam Başarı Ortalaması Farkı (%)	18.1		27.5		24.6		15.0		21.2		22.4	

Tablo 9'a göre; "Aritmetik Örüntülerden Genelleme" temasında öğrencilerin %83.3'ünde (10 öğrenci), "Sembollerin Anlamli Kullanımı" temasında öğrencilerin %100'ünde (12 öğrenci), "Sayı Sistemindeki Yapıların Çalışılması" temasında öğrencilerin %83.3'ünde (10 öğrenci), "Fonksiyon ve Örüntülerin Çalışılması" temasında öğrencilerin %58.3'ünde (7 öğrenci) ve "Matematiksel Modelleme" temasında öğrencilerin %83.3'ünde (10 öğrenci) ön test ve son test arasında son test lehine farklılık bulunmaktadır. Kalan öğrencilerin düzeylerinde bir değişiklik olmamıştır. Yalnızca 1 öğrencinin "Matematiksel Modelleme" temasında ön test ve son test arasında son test aleyhine farklılık olduğu görülmüştür. Bu durumda 4 temada öğrencilerin neredeyse tamamının uygulama sonrası düzeylerinde olumlu yönde farklılık görülürken 1 temada öğrencilerin yaklaşık yarısının düzeylerinde farklılık görülmemiştir. Testteki toplam başarı farkı açısından bakıldığında ise tüm öğrencilerin ön test ve son test puanları arasında son test lehine farklılık olduğu görülmektedir.

Ön test başarı yüzdelere göre 1 öğrenci testte %70 üzeri, 2 öğrenci %65-70 arası ve 9 öğrenci %65'ten düşük başarı elde ederken, son test başarı yüzdelere göre 8 öğrenci testte %70 üzeri, 3 öğrenci %65-70 arası ve 1 öğrenci %65'ten düşük başarı elde etmiştir. Ayrıca cebirsel düşünme temalarında da ön testte yalnızca "Aritmetik Örüntülerden Genelleme" temasında öğrencilerin ortalama puanları %70 başarı düzeyi üzerindeyken son testte "Aritmetik Örüntülerden Genelleme", "Sayı Sistemindeki Yapıların Çalışılması" ve "Fonksiyon ve Örüntülerin Çalışılması" temalarında öğrencilerin ortalama puanları %70 üzerinde çıkmıştır. Bunun yanında, uygulama öncesi 5. sınıf öğrencilerinin %8.3'ü %70 cebirsel düşünme beceri düzeyinin üzerinde iken uygulama sonrası öğrencilerin % 66.6'sının cebirsel düşünme beceri düzeyi %70 üzerine çıkmıştır. Grup toplam ortalama başarıları da %50.4'ten %72.8'e çıkmış olup %22.4 artmıştır.

Öğrencilerin ön test puanı ile son test puanları arasında anlamlı bir fark olup olmadığını anlamak amacıyla Wilcoxon Sıra Toplam Testi de yapılmıştır. Tablo 10’da cebirsel düşünme becerisine ilişkin test puanlarının Wilcoxon Sıra Toplam Testi için istatistiksel sonuçları tablo halinde verilmiştir.

Tablo 10. Ön test ve son test için yapılan Wilcoxon testi sonuçları

Değişken	Z	Asymp. Sig.(2- tailed)	Etki Büyüklüğü ($r=Z/\sqrt{N}$)
Ön Test- Son Test	- 3,059 ^b	.002	0.620

Yapılan test sonucunda bulunulan anlamlılık seviyesi $p = .002 < .05$ olduğundan %95 güvenilirlik seviyesinde ön test ve son test puanları arasında son test lehine anlamlı bir fark olduğu görülmektedir.

Ayrıca, etki büyüklüğü $0.20 < 0.62 < 0.80$ olduğundan etki büyüklüğünün orta düzeyde olduğu saptanmıştır. Sonuç olarak, öğrencilerin uygulama öncesi ve sonrası cebirsel düşünme beceri düzeyleri arasında son test lehine anlamlı fark var olduğu ve uygulamanın öğrencilerin cebirsel düşünme becerileri üzerinde orta düzeyde bir etkiye sahip olduğu söylenebilir.

4. TARTIŞMA SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu araştırmada cebir öncesi dönemde öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerini geliştirmek amacıyla tam öğrenme ilkeleri doğrultusunda zenginleştirilmiş bir öğrenme ortamının 5. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme becerilerine etkileri incelenmiştir. Bu kısımda her bir alt probleme göre sonuçlar verilerek ayrı ayrı tartışılmıştır.

Çalışmanın birinci alt problemine göre; uygulama öncesi CDBT sonucunda 12 öğrencinin ortalama puanlarına bakıldığında sadece bir öğrencinin testte yeterli düzeye sahip olduğu ve cebirsel düşünme temalarında ise “Aritmetik Örüntülerden Genelleme” temasında öğrencilerin ortalama puanlarının yeterli düzeyde olduğu ortaya çıkmıştır. Walkowiak’ın (2014) resimli büyüyen örüntülerle genelleme yapılan çalışmasında 5. sınıf öğrencisi örüntüleri sözlü olarak genelleyebilmiştir. Bu temada da öğrencilerden genelleme yaparken semboller kullanmaları istenmeyip yalnızca sözlü genelleme ifadeleri beklendiğinden öğrencilerin bu temada yeterli düzeyde olması yapılan çalışma sonucunu destekler niteliktedir.

Takır ve Özerem’in (2020) ortaokul öğrencilerinin örüntü problemlerini çözme başarılarının incelendiği çalışmalarında 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin iyi düzeyde örüntü problemlerini çözme başarısına sahip oldukları görülmüştür. Ayrıca, öğrencilerin 5. sınıf müfredatında (MEB, 2018) veya önceki sınıflarda örüntüler ile ilgili hazır bulunuşluklarının bu çalışmadaki başarılarını olumlu yönde etkilediği tahmin edilmektedir. Ancak, genel olarak bakıldığında uygulama öncesi 5. sınıf öğrencilerinin %91.6’sının cebirsel düşünme beceri düzeyinin yeterli seviyede olmadığı (%70 başarı düzeyinin altında) ve yalnızca bir temada öğrenci başarı ortalamalarının istenilen düzeyde olduğu görülmektedir. Ayrıca, öğrencilerin tamamının puan ortalamasının (%50.4) da yeterli seviyede olmadığı tespit edilmiştir. Gürbüz ve Akkan (2008) de benzer şekildeki çalışmalarında 5., 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin aritmetikten cebire geçişte gerekli ön bilgilere yeterli şekilde sahip olmadığını belirtmiştir.

Türkmen ve Tanışlı’nın (2019) yılında yaptıkları çalışmalarında ise 35, 5. sınıf öğrencisinin değişken kullanarak fonksiyonel ilişkiyi ifade etmede yüksek başarı düzeyi gösterdikleri görülmüştür. Araştırmacılar bunun nedeninin öğrencilerin daha önce buna yönelik bir eğitim almış olma olasılığı olduğunu savunmuşlardır. Bu sonuç 5.sınıf seviyesinde alandaki eğitimlerin yapılabilirliğini desteklemektedir. Bununla birlikte, ortaokul seviyesinde daha üst sınıf seviyelerinde dahi cebirsel düşünme ile ilgili eksiklikler

tespit edilen çalışmalarda mevcuttur.. Örneğin, Atasoy (2020) 6. sınıf öğrencilerinin cebirsel sözel problemleri çözme ve genelleme yapma becerilerinin istenen seviyede olmadığını tespit etmiştir.

Gökburun'un (2021) yılında yaptığı bir araştırmada da 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin cebirsel ifadelerle ilgili olarak 30 adet kavram yanlışına sahip oldukları, cebirsel düşünme düzeylerinin oldukça düşük olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Girit ve Akyüz'de (2016) 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin değişken kavramı ile ilgili algılarında problem olduğunu tespit etmiştir. Usta ve Gökkurt Özdemir (2018) ise 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinde harflerin bilinmeyen olarak algılanmasında problemler olduğunu belirtmişlerdir. Bu nedenlerle cebirsel düşünmeyi geliştirme alanında yapılacak çalışmaların önemi daha iyi anlaşılmaktadır.

Çalışmanın ikinci alt problemine göre; Öğrencilerin uygulama sonrası CDBT düzeyleri, son test, izleme testleri ve paralel testler yardımıyla açıklanmıştır. CDBT son teste göre uygulama sonrası 5. sınıf öğrencilerinin %66.6'sının (8 öğrenci) cebirsel düşünme beceri düzeyinin yeterli düzeyde olduğu, cebirsel düşünme temalarında "Aritmetik Örüntülerden Genelleme", "Sayı Sistemindeki Yapıların Çalışılması" ve "Fonksiyon ve Örüntülerin Çalışılması" temalarında öğrencilerin ortalama puanlarının yeterli düzeyde olduğu fakat "Sembollerin Anlamli Kullanımı" ve "Matematiksel Modelleme" temalarında yeterli düzeyde olmadığı sonucuna ulaşılmıştır. Diğer yandan, uygulama sonrası öğrencilerin tamamının puan ortalamasına bakıldığında ortalamanın istenilen seviyede yani %70 başarı düzeyinin üzerinde (%72.8) olduğu tespit edilmiştir. Ayrıca tüm temalarda ilgili izleme testlerinden sonra bir adet paralel test yapılmış olup yalnızca "Sembollerin Anlamli Kullanımı" temasında iki adet paralel test yapılması da öğrencilerin bu temada daha fazla zorluk yaşadıklarına işaret etmektedir. Aynı zamanda, öğrencilerin izleme testlerinde "Sembollerin Anlamli Kullanımı" ve "Matematiksel Modelleme" temalarında 70 puan altında kalmaları öğrencilerin CDBT son testteki puan ortalamalarının bu iki temada yeterli seviyede olmaması ile benzerlik göstermektedir. Öğrenciler ek eğitimler ve paralel testler sonucunda üniteler sonrası yeterli seviyeye ulaşsa da CDBT son teste 3 temada yeterli seviye yakalanabilmiştir. Bu durumun nedeni yeterli seviye elde edilemeyen temaların sembol kullanma ve bilinmeyenler içeren eşitlik kurma gibi daha soyut ve notasyonun fazla olduğu temalar olması olarak düşünülmektedir. Üst sınıf seviyelerinde de 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin değişken kavramı ile ilgili algılarında problem yaşaması (Girit ve Akyüz, 2016) ve harflerin bilinmeyen olarak algılanmasında problemler olması (Usta ve Gökkurt Özdemir, 2018) öğrencilerin "Sembollerin Anlamli Kullanımı" temalarında zorlandıklarını göstermektedir.

Baştürk'ün (2021) 6. sınıflarla yapılan çalışmasında ise öğrencilerin cebirsel problemlerle ilgili matematiksel model oluşturabilme ve sonuca ulaşma becerilerinin düşük olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Diğer bir yandan iki temada yeterli seviyeye ulaşılamasa da diğer temalarda istenilen seviyeye ulaşılmıştır ve öğrencilerin cebirsel düşünme düzeyi ortalama %70 seviyesini geçmiştir. Köse ve Kızıltoprak'ın (2020) de cebirsel düşünme ile ilgili 5. sınıflarda ilişkisel düşünme ve sayı sisteminin özellikleri (değişme, birleşme, dağılma) gibi alanların geliştirilmesi amacıyla bir öğretim deneyi gerçekleştirilmesi ve öğrencilerin bu konularda gelişme göstermesi bu çalışmanın sonuçlarını destekler niteliktedir. Türkmen ve Tanışlı'da (2019) çalışmalarında cebir öncesi dönemde 5. sınıflarda fonksiyonel ilişkilerin geliştirilebilir olduğunu ve buna yönelik öğretim araçlarının artırılması gerektiğini savunmuştur.

Yaman ve Dündar (2015) da 5. sınıf öğrencilerinin denklem kurabildikleri ve bu denklemlerde değişik sayısal değerleri kullanabildiklerini çalışmalarında göstermişlerdir. Ayrıca, aritmetik ve cebirin temelini oluşturan işlemlerin davranışlarını anlama, genelleme ve gerekçelendirme, sayı sistemini genişletme ve sembollerini anlamli kullanma gibi alanlarda 2.-6. sınıflarda sınıflarda gelişme sağlanabildiği görülmüştür (Russell, Schifter ve Bastable, 2011). Özden'in (2019) yapılan çalışma ile benzer olarak Kaput'un (1999) beş cebirsel düşünme alanı çerçevesini ders içerikleri geliştirmede kullanan çalışmasında da 6. sınıf öğrencilerinin cebire giriş konularını daha kolay anladıkları tespit edilmiştir. Sonuç olarak alanyazındaki çalışmalar ile yapılan bu çalışmanın sonuçları paralellik göstermekte olup, öğrencilerin cebir öncesi dönemde cebirsel düşünme becerilerinin geliştirilmesi gerektiği ve geliştirilebilir olduğu söylenebilir.

Üçüncü alt problem göz önüne alınırsa; CDBT ön test ve son test puanlarına göre; tüm öğrencilerin son test puanlarının ön test puanlarından son test lehine farklılık gösterdiği ve son test ortalama puanının ön test ortalama puanından anlamlı derecede yüksek olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca ön test başarı yüzdelere göre 1 öğrenci testte %70 üzeri, 2 öğrenci %65-70 arası ve 9 öğrenci %65'ten düşük başarı elde ederken, son test başarı yüzdelere göre 8 öğrenci testte %70 üzeri, 3 öğrenci %65-70 arası ve 1 öğrenci %65'ten düşük başarı elde etmiştir. Cebirsel düşünme temalarında da ön testte yalnızca "Aritmetik Örüntülerden Genelleme" temasında öğrencilerin ortalama puanları %70 başarı düzeyi üzerindeyken son testte "Aritmetik Örüntülerden Genelleme", "Sayı Sistemindeki Yapıların Çalışılması" ve "Fonksiyon ve Örüntülerin Çalışılması" temalarında öğrencilerin ortalama puanları %70 üzerinde çıkmıştır. Aynı zamanda, tüm temalarda ön test ve son test puan ortalamalarında yaklaşık %15-%27 arasında fark gözlenmiştir. Öğrencilerin toplam ortalama başarısı da %50.4'ten %72.8'e çıkmış olup %22.4 artmıştır. Burada öğrencilerin özellikle "sembollerin anlamlı kullanımı" ve "matematiksel modelleme" temalarında istenilen düzeyde başarı gösteremedikleri tespit edilmiştir. Bu sonucun ortaya çıkmasında temaların oldukça soyut olması ile çalışmanın bir sınırlılığı olarak kabul edilebilecek derslerin pandemi dönemine gelmesi nedeniyle çevrimiçi yapılmasının da bir sonucu olabileceği şeklinde yorumlanabilir.

Wilcoxon Sıra Toplam Testi sonuçlarına göre de ön test ve son test puanları arasında anlamlı bir fark olduğu görülmektedir. Bu farkın büyüklüğü etki büyüklüğü ile saptanmış olup uygulamanın öğrencilerin cebirsel düşünme beceri düzeylerine orta düzeyde etki ettiği bulgusuna ulaşılmıştır. Kim'in (2017) sanal manipülatifler yardımıyla çevrimiçi olarak 3. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme becerilerinin geliştirilmesi amaçladığı tek örneklemlili deneysel desen kullanılan çalışmada bu çalışmadaki bulgulara benzer şekilde ön test ve son test puanları arasında anlamlı bir fark olduğu görülmüştür. Bu nedenle sanal manipülatiflerin öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerinin geliştirilmesine katkıda bulunduğu belirtilebilir.

Çağdaşer'in (2008) yapılandırmacı yaklaşımla cebir öğretiminin, 6. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeylerine etkisini deneysel bir desenle incelediği tez çalışmada ön test ile son test arasında son test lehine anlamlı bir fark bulunmuştur. Çalışma sonuçları bu çalışmanın sonuçlarını destekler niteliktedir. Bir diğer çalışma da örüntü temelli cebir öğretiminin 7. sınıf öğrencilerin cebirsel düşünme becerileri ve matematiğe karşı tutumlarına etkisini ön-test son-test kontrol gruplu yarı deneysel bir desenle incelemiştir ve bu yolla öğretimin öğrencilerin cebirsel düşünme becerisine olumlu yönde etki ettiği sonucuna ulaşılmıştır (Palabıyık ve İspir Akkuş, 2011). Ersoy (2014) ise, farklı bir ders için uzaktan eğitim programlarında tam öğrenme yönteminin öğrencilerin başarılarına etkisini ön test - son test kontrol gruplu deneysel desen kullanarak incelemiştir ve uzaktan eğitimde tam öğrenme yönteminin öğrencilerin ders başarılarını olumlu yönde etkilediği sonucuna ulaşmıştır. Bu durumda bu yöntemle benzer yöntemler kullanan çalışmalarda sınıf seviyeleri farklılık gösterse de benzer sonuçlar elde edildiği görülmüştür.

Tam öğrenme ilkeleri doğrultusunda hazırlanan zenginleştirilmiş bir öğrenme ortamının öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerine etkisini araştıran bu çalışmadaki sonuçlara dayanarak;

- Matematik eğitimi müfredatında cebir dönemine geçilmeden önce öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerinin istenilen düzeye gelmesinin amaçlanması,
- Öğrencilerin cebir dönemindeki zorluklarını gidermek amacıyla cebir öncesi dönemde öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerini geliştirecek zenginleştirilmiş öğrenme ortamında olduğu gibi teknoloji, somut materyaller, grup çalışması ve gerçek hayat problemleri içeren etkinlikler yapılması,
- Bu çalışmada tam öğrenme ilkeleri doğrultusunda hazırlanan zenginleştirilmiş öğrenme ortamı çevrimiçi olarak gerçekleştirilmiştir. Gelecek çalışmalarda bu ortamın cebirsel düşünmeye yönelik etkisi çevrimiçi ve yüz yüze eğitimi karşılaştırmak adına sınıf ortamında da tekrar edilmesi,

- Çalışmada öğrencilerin “Sembollerin Anlamlı Kullanımı” ve “Matematiksel Modelleme” temalarında zorlandıkları fark edilmiştir. Bu nedenle bu temalarda farklı öğretim etkinlikleri veya yöntemleri deneyerek öğrencilerin bu temalardaki zorluklarının giderilmesi önerilebilir.

KAYNAKÇA

ABCYA. (Devam ediyor). https://www.abcya.com/games/fuzz_bugs_patterns. Copyright ABCya.com. İzin alınarak uygulamada kullanıldı.

ABCYA. (Devam ediyor). https://www.abcya.com/games/interactive_100_number_chart.

Copyright ABCya.com. İzin alınarak uygulamada kullanıldı.

ABCYA. (Devam ediyor). https://www.abcya.com/games/shape_patterns. Copyright ABCya.com. İzin alınarak uygulamada kullanıldı.

Akkuş İspir O. ve Palabıyık U. (2011). Örüntü temelli cebir öğretiminin öğrencilerin cebirsel düşünme becerileri ve matematiğe karşı tutumlarına etkisi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30(2), 111-123.

Aktaş, G. S. (2019). *Uygulama örnekleriyle cebirsel düşünme ve öğretimi*. Ankara: Pegem Akademi.

Atasoy, D. (2020). Sözel soruların matematik diline dönüştürülmesi becerisinde iki öğrenci grubunun karşılaştırılması. *Journal of the Institute of Science & Technology / Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, 10(1), 547-555.

Balat, Ş., Kayalı, B., Gündüz, A. ve Göktaş, Y. (2019). *Doktora tezlerinde alınan geçerlik ve güvenilirlik önlemleri*. Paper presented at the 28th International Conference on Educational Sciences, Ankara, 2019.

Baştürk, S., Dönmez, G. ve Dicle, A. N. (2013). Geçerlik ve güvenilirlik. S. Baştürk (Ed.), *Bilimsel araştırma yöntemleri içinde* (s. 168-169). Ankara: Vize Yayıncılık.

Baştürk, V. (2021). *Altıncı sınıf öğrencilerinin cebirsel problemleri matematiksel modellemeyi kullanarak çözmeye becerilerinin incelenmesi* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Bursa

Blanton, M. L. ve Kaput, J. J. (2004). *Elementary grades students' capacity for functional thinking*. (Edited by: M. J. Hoines and A. Fuglestad). *Proceeding of The 28th Conference of the international Group for the Psychology of Mathematics Education*. Bergen Norway: International Group For The Psychology of Mathematics Education, 2, 135-142.

Blanton, M. L., Levi, L., Crites, T., Dougherty, B. ve Zbiek R. M. (2011). *Developing essential understanding of algebraic thinking for teaching mathematics in grades 3-5. Series in essential understandings*. United States: National Council of Teachers of Mathematics.

Bloom, B.S. (1998). *İnsan nitelikleri ve okulda öğrenme* (D. A. Özçelik, Çev.). Ankara: Milli Eğitim Basımevi.

Bobis, J., Mulligan, J. ve Lowrie T. (2009). *Mathematics for children: Challenging children to think mathematically*. French, Forest, NSW: Pearson.

Booker, G. ve Windsor, W. (2010). Developing algebraic thinking: using problem-solving to build from number and geometry in the primary school to the ideas that underpin algebra in high school and beyond. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 8, 411–419.

Carraher, D. W., Schliemann, A. D. ve Brizuela, B. M. (2003). *Bringing out the algebraic character of arithmetic: From children's ideas to classroom practice* [Electronic version]. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Cetner, M. (2015). Weaving geometry and algebra together. *The Mathematics Teacher*, 108(8), 584-590.

Creswell, J. W. (2003). *Research design: Qualitative, quantitative, and mixed methods approaches* (2nd ed.). Thousand Oaks, CA: Sage.

Creswell, J.W. ve Plano Clark, V.L. (2015). *Karma yöntem araştırmaları tasarımı ve yürütülmesi* (Y. Dede ve S. B. Demir, Çev.). Ankara: Anı Yayınları.

Çağdaşer, B. T. (2008). *Cebir öğrenme alanının yapılandırmacı yaklaşımla öğretiminin 6. Sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeyleri üzerindeki etkisi* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Bursa Uludağ Üniversitesi, Bursa.

Demirel, Ö. (1999). *Öğretme sanatı*. Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.

Driscoll, M. (1999). *Fostering algebraic thinking: A guide for teachers grades 6-10*. Portsmouth: Heinemann.

Erbaş, A. K., Çetinkaya, B. ve Ersoy, Y. (2009). Öğrencilerin basit doğrusal denklemlerin çözümünde karşılaştıkları güçlükler ve kavram yanılgıları. *Eğitim ve Bilim*, 34(152), 44-59.

Ersoy, M. (2014). *Uzaktan eğitim uygulamalarında tam öğrenme modelinin öğrencilerin başarı ve tutumlarına etkisi* (Yayımlanmamış doktora tezi). İnönü Üniversitesi, Malatya.

Ginsburg M. A. ve Herbert P. (2008). What is teaching mathematics to young children? A theoretical perspective and case study. *Journal of Applied Developmental Psychology*, 29, 274–285.

Girit, D. ve Akyüz, D. (2016). Farklı sınıf seviyelerindeki ortaokul öğrencilerinde cebirsel düşünme: örüntülerde genelleme hakkındaki algıları. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 2(10), 243-272.

Gökburun, Ö. (2021). *Cebirsel düşünme düzeylerinin ortaokul seviyesinde öğrenilme durumunun araştırılması* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Bayburt Üniversitesi, Bayburt.

Gürbüz, R. ve Akkan, Y. (2008). A comparison of different grade students' transition levels from arithmetic to algebra: a case for 'equation' subject. *Eğitim ve Bilim*, 33(148).

Guttstein, E., Lipman, P., Hernandez, P. ve De Los Reyes, R. (1997). Culturally relevant mathematics teaching in a mexican american context. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(6), 709–737.

Herbert, K. ve Brown, R. H. (1997). Patterns as tools for algebraic reasoning. *Teaching Children Mathematics*, 3, 340-344.

Herscovics, N. ve Linchevski, L. (1994). Cognitive gap between arithmetic and algebra. *Educational Studies in Mathematics*, 27, 59 - 78.

Hiebert, J., Stigler, J. W., Jacobs, J. K., Givvin, K. B., Garnier, H., Smith, M., . . . ve Gallimore, R. (2005). Mathematics teaching in the United States today (and tomorrow): Results from the TIMSS 1999 Video Study. *Educational Evaluation and Policy Analysis*, 27, 111-132.

Johnson, R. B., & Onwuegbuzie, A. J. (2004). "Mixed methods research: A research paradigm whose time has come". *Educational Researcher*, 33(7): 14-26.

Kaput, J. J. (1999). Teaching and learning a new algebra with understanding. In E. Fennema & T. Romberg (Eds.), *Mathematics classrooms that promote understanding* (pp. 133-155). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Kaput, J. (2008). What is algebra? What is algebraic reasoning?. J. Kaput, D. Carraher ve M. Blanton (Ed.), *Algebra in the early grades* içinde (s. 5-18). New York: Lawrence Erlbaum Associates.

Kaya, D., Keşan, C., İzgiol, D. ve Erkuş, Y. (2016). Yedinci sınıf öğrencilerinin cebirsel muhakeme becerilerine yönelik başarı düzeyi. *Turkish Journal of Computer & Mathematics Education*, 7(1), 142–163.

Kaya, D. (2017). Yedinci sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeyleri ile becerilerinin incelenmesi. *Bartın University Journal of Faculty of Education*, 6(2), 657-675.

Kieran, C. (1992). The learning and teaching of school algebra. D.A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* içinde (s. 390-419). New York: Macmillan.

Kim, G. B. (2017). *The effect of e-based virtual manipulative on third-grade elementary students' algebraic thinking in math education* (Yüksek Lisans Tezi). California State University, Long Beach. ProQuest Dissertations Publishing, 10261327.

Kocayusuf, A.G. (2014). *İlköğretim matematik eğitiminde yaşam temelli senaryolarla desteklenmiş tam öğrenme ürünleri üzerine etkisi* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Akdeniz Üniversitesi, Antalya.

Körükçü, E. (2015). *Zenginleştirilmiş öğrenme ortamında ortaokul öğrencilerinin matematiksel zihin alışkanlıklarının gelişiminin incelenmesi* (Yayımlanmamış doktora tezi). Marmara Üniversitesi, İstanbul.

Köse, N. Y. ve Kızıltoprak, A. (2020). Development of secondary school students' relational thinking skills with a teaching experiment. *Eurasian Journal of Educational Research*, 20(85), 135-168.

Kusumaningsih, W., Darhim D., Herman, T. ve Turmudi T. (2018). Improvement algebraic thinking ability using multiple representation strategy on realistic mathematics education. *Journal on Mathematics Education*, 9(2), 281–290.

Lacampagne, C. (1995). Conceptual framework for the algebra initiative of the national institute on student achievement, curriculum and assessment. In C. Lacampagne, W. Blair, & J. Kaput (Eds.). *The algebra initiative colloquium*, 2, 237-242.

Lian, L. H. ve Yew, W. T. (2011). Developing pre-algebraic thinking in generalizing repeating pattern using solo model. *Online Submission*, 774–780.

Milli Eğitim Bakanlığı (MEB) (2018). *Matematik dersi öğretim programı (İlkokul ve Ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıflar)*. TTKB. Ankara: MEB Yayınları.

Meyer, G. J. (1999). Simple procedures to estimate chance agreement and kappa for the interrater reliability of response segments using the rasch comprehensive system. *Journal of Personality Assessment*, 72, 230-255.

Mewborn, D. S. (2000). Meaningful integration of mathematics methods instruction and field experience. *Action in Teacher Education*, 4, 50-59.

Miles, M. B. ve Huberman, M. A. (1994). *An expanded sourcebook qualitative data analysis*. London: Sage.

National Center for Education Statistics, The Condition of Education 1998, NCES 98-013, by John Wirt, Tom Snyder, Jennifer Sable, Susan P. Choy, Yupin Bae, Janis Stennett, Allison Gruner, and Marianne Perie. Washington, D.C.: U.S. Government Printing Office, 1998.

Naylor, M. (2005). Math in your classroom: The shape of numbers. *Teaching Pre K-8*, 35(8), 34–35.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.

Office of Educational Research and Improvement (1992). *Programs for the Improvement of Practice: Achieving world class standards: the challenge for educating teachers: proceedings of the OERI Study Group on Educating Teachers for World Class Standards*, Washington, D.C., March 22-24, 1992 / compiled by Barbara Lieb. ([Washington, D.C.]

Özden, D. (2019). *Altıncı sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanına ilişkin öğrenme süreçlerinin incelenmesi: tahmini öğrenme yol haritalarına dayalı bir öğretim deneyi* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Eskişehir Anadolu Üniversitesi, Eskişehir.

Özder, H. (1996). *Tam öğrenmeye dayalı işbirlikli öğrenme modelinin etkililiği* (Yayımlanmamış doktora tezi). Hacettepe Üniversitesi, Ankara.

Özler, A. (2020). *Tersyüz sınıf modeli ile desteklenmiş tam öğrenme yaklaşımının matematik dersindeki akademik başarıya ve öz düzenleme becerilerine etkisi* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Aydın Adnan Menderes Üniversitesi, Aydın.

Palabıyık, U. ve İspir Akkuş, O. (2011). Örüntü temelli cebir öğretiminin öğrencilerin cebirsel düşünme becerileri ve matematiğe karşı tutumlarına etkisi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30, 111–123.

Patton, Q. M. (1987). *How to use qualitative methods in evaluation*. Newbury Park, London, New Delhi: Sage Publications.

PhET Interactive Simulations. (2021). https://phet.colorado.edu/sims/html/equality-explorer/latest/equality-explorer_tr.html. Copyright University of Colorado Boulder. İzin alınarak uygulamada kullanıldı.

PhET Interactive Simulations. (2021). https://phet.colorado.edu/sims/html/area-model-multiplication/latest/area-model-multiplication_tr.html. Copyright University of Colorado Boulder. İzin alınarak uygulamada kullanıldı.

PhET Interactive Simulations. (2021). https://phet.colorado.edu/sims/html/function-builder/latest/function-builder_tr.html. Copyright University of Colorado Boulder. İzin alınarak uygulamada kullanıldı.

Russell, S. J., Schifter, D. ve Bastable, V. (2011). Developing algebraic thinking in the context of arithmetic. J. Cai ve E. Knuth (Ed.), *Early algebraization* içinde (s. 43). Advances in Mathematics Education. Berlin, Heidelberg: Springer.

Stacey, K. & Macgregor, M. (1997). Building foundations for algebra. *Mathematics in the Middle School*, 2, 253 – 260.

Stigler, J. W., Gonzales, P., Kawanaka, T., Knoll, S. ve Serrano, A. (with Derghazarian, E., Huber, G., Ichioka, F. ve Kersting, N.) (1999, February). The TIMSS videotape classroom study: Methods and findings from an exploratory research project on eighthgrade mathematics instruction in Germany, Japan, and the United States (NCES 99–074). Washington, DC: U.S. Department of Education, Office of Educational Research and Improvement, National Center for Educational Statistics.

Şencan, H. (2005). *Sosyal ve davranışsal ölçmelerde güvenilirlik ve geçerlik*. Ankara: Sözkese Matbaacılık.

Şengül, S. ve Zengin, N. (2009). Tam öğrenme ilkeleri doğrultusunda farklı öğretim yöntemleriyle işlenen matematik dersinin öğrencilerin matematik tutumlarına etkisi. *Milli Eğitim Dergisi*, 39 (184), 290-305.

Takır, A. ve Özerem, A. (2020). Ortaokul öğrencilerinin örüntü problemlerini çözme başarılarının çeşitli değişkenler açısından incelenmesi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 49, 582-599. doi: 10.9779/pauefd.523388

Türkmen, H. ve Tanışlı, D. (2019). Cebir öncesi: 3. 4. ve 5. sınıf öğrencilerinin fonksiyonel ilişkileri genelleme düzeyleri. *Eğitimde Nitel Araştırmalar Dergisi – Journal of Qualitative Research Education*, 7(1), 344-372.

Türkoğlu, D. (2017). *Cebirsel düşünme becerisi üzerine bir meta – sentez çalışması* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Necmettin Erbakan Üniversitesi, Konya.

U.S. Department of Education, Office of Educational Research and Improvement, National Center for Education Statistics. (1998, August). *Pursuing excellence: A study of U.S. twelfth-grade mathematics and science achievement in international context: Initial findings from the Third International Mathematics and Science Study* (Revised, NCES 98-049). Washington, DC: Author.

Usta, N. ve Gökkurt Özdemir, B. (2018). Ortaokul öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeylerinin incelenmesi. *Eğitimde Nitel Araştırmalar Dergisi – Journal of Qualitative Research in Education*, 6(3), 427-453.

Van De Walle, J., Karp, K. S., Bay-Williams, J. M. (2012). *İlkokul ve ortaokul matematiği gelişimsel yaklaşımla öğretim* (S. Durmuş, Çev.). Ankara: Nobel Akademik Yayıncılık.

Walkowiak, T. A. (2014). Elementary and middle school students' analyses of pictorial growth patterns. *Journal of Mathematical Behavior*, 33, 56–71.

Yaman, H. ve DüNDAR, S. (2015). Cebir eğitimi almayan öğrenciler problem çözümlerinde denklemleri kullanabiliyorlar mı? *Çankırı Karatekin Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 6(1) , 255-276.

Yeşilyurt, S. ve Çapraz, C. (2018). Ölçek geliştirme çalışmalarında kullanılan kapsam geçerliği için bir yol haritası. *Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 20(1), 251-264.

Yıldırım, B. ve Selvi, M. (2017). Stem uygulamaları ve tam öğrenmenin etkileri üzerine deneysel bir çalışma. *Eğitimde Kuram ve Uygulama*, 13(2), 183-210.

Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2018). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (11. bs.). Ankara: Seçkin Yayıncılık.

5.EKLER

EK 1. Cebirsel düşünme testi sorularından bazıları

CEBİRSEL DÜŞÜNME BECERİ TESTİ

BÖLÜM 1:

- 1) Tutumlu bir öğrenci olan Merve her gün harçlığının yarısını harcamayıp kumbarasına koymaktadır. Merve'nin günlük harçlığının miktarı 10 TL olduğuna göre;
 - a. Merve 2 günde ne kadar para biriktirir?
 - b. Merve 3 günde ne kadar para biriktirir?
 - c. Merve 4 günde ne kadar para biriktirir?
 - d. Merve'nin harçlık aldığı gün miktarı verildiğinde biriken parayı bulabileceğimiz genel bir kural geliştiriniz ve bu kuralı sözel olarak ifade ediniz.
 - e. Bu kuraldan faydalanarak Merve'nin 50 günde ne kadar para biriktirdiğini bulunuz.
- 2) Matematikte “ = ” eşittir sembolü ne anlama gelmektedir? Düşüncelerinizi ayrıntılı bir şekilde açıklayınız.
- 3) Matematiksel bir eşitlikte harf kullanılmışsa, bu harf hangi anlamlara gelebilir? Açıklayınız.
- 4) Aşağıda verilen durumları eşitlik ve bilinmeyen içerecek şekilde semboller kullanarak ifade ediniz.
Örnek: Hazal'ın elindeki bilyelerin sayısının 2 fazlası 5'tir.
Hazal'ın bilyeleri+2=5 veya **$h+2=5$** veya **$\square+2=5$** veya **$x+2=5$** şeklinde ifade edilebilir.
 Bir ifade biçimini seçmeniz yeterlidir.
 - a. Mücahit'in parasının 5 TL fazlası 7 TL etmektedir.
 - b. Esmâ'nın oyundaki puanı Umut'un puanının 10 fazlasıdır. Esmâ'nın puanı 20'dir.
 - c. Gizem'in boyu Murat'ın boyunun yarısıdır. Gizem'in boyu 90 santimetredir.
 - d. İpek 3 paket toka almıştır. Fakat bir paketin içerisinde kaç tane toka olduğunu bilmemektedir. İpek tokaların tamamını kutusuna koyup saydığında 21 tokası olduğunu fark etmiştir. (Her pakette eşit sayıda toka vardır.)

EK 2. Cebirsel Düşünme Beceri Testi Belirtke Tablosu

Konu	Alt Konu	Kazanım	Soru Sayısı
Aritmetik Örüntülerden Genelleme	x	• Öğrenciler verilen bir matematiksel bağlamda sayılar, aritmetik işlemler veya örüntüler yardımıyla genelleme yapabilir.	2
Sembollerin Anlamli Kullanımı	Eşitlik İşareti	• Öğrenciler eşitlik işaretini dengede olma durumu olarak ifade eder.	1
Sembollerin Anlamli Kullanımı	Eşitlik İşareti	• Öğrenciler eşitliğin iki tarafındaki işlemlerin eşitliğe nasıl etki ettiğini ifade eder. (Eşitliğin iki tarafının yer değiştirebileceği $(3 + 5 = 8, 8 = 3 + 5)$ gibi), eşitliğin iki tarafında da işlemler veya bilinmeyenler bulunabileceği, eşitliğin iki tarafına aynı işlem yapıldığında eşitliğin bozulmadığı, 0'ın eşitliğe toplama veya çıkarma işlemi şeklinde eklenmesi ve çıkarılması ile eşitliğin bozulmadığı, ilişkisel düşünme yardımıyla işlemleri hesaplamadan sayılar arası ilişkiler ile dengenin sağlanabileceği, iki sayı arası farkın sayılar aynı miktar artırılıp azaltıldığında değişmeyeceği vurgulanır.	1
Sembollerin Anlamli Kullanımı	Değişkenin farklı kullanımları	• Öğrenciler matematikte bir harfin veya kutucuk işaretinin farklı bağlamlarda farklı anlamlarını açıklar. (özellikle bilinmeyen ve çeşitlilik gösteren çokluklar anlamı vurgulanır)	1
Sembollerin Anlamli Kullanımı	Değişkenin farklı kullanımları	• Öğrenciler bilinmeyen içeren sözel ifadeleri matematiksel semboller ile ifade eder. (Bilinmeyen ifadenin yerine bağlamdaki verilen kısım, o kısmın kısaltması, bir kutu veya bir harf gelebilir)	2
Sembollerin Anlamli Kullanımı	Değişkenin farklı kullanımları	• Öğrenciler basit bilinmeyen içeren problemleri sembolik bir dille yazar ve problemleri eşitlikteki denge prensibine göre çözer. (Sadece $a + x = b, ax + b = c, ax + b = cx + d$ şeklinde ifade edilebilenler) • Öğrenciler bir değişkenin çeşitlilik gösteren çokluklar olarak ifade edilip edilmediğini ayırt eder. (Değişken yerine bağlamdaki verilen kısım, o kısmın kısaltması, bir kutu veya bir harf gelebilir) • Öğrenciler bir değişkenin çeşitlilik gösteren çokluklar olarak ifade edilebildiği basit sözel problemleri sembolik dille ifade ederek çözer.	2
Sayı Sistemindeki Yapıların Çalışılması	x	• Öğrenciler toplama ve çarpma işlemlerinde değişme, birleşme ve dağılma özelliklerini tanırlar ve tüm sayılar için genellemler yapabilir.	2
Fonksiyon ve Örüntülerin Çalışılması	x	• Öğrenciler adımlar arası farkı sabit olan basit (tek işlemli genel kuralı olan) geometrik şekil veya sayı örüntülerini devam ettirebilir ve bu örüntülerin genel kuralını sözel olarak ifade edebilir. (Kural bulurken tablo ve fonksiyon makinesinden yararlanılabilir.)	2
Fonksiyon ve Örüntülerin Çalışılması	x	• Öğrenciler bir sayının değişiminin diğer sayının değişimini nasıl etkilediğini tablo ve grafik aracılığıyla sorgular, değişimi sözel bir dille ifade eder.	2
Matematiksel Modelleme	x	• Öğrenciler problem durumlarını tablo veya eşitlikler kullanarak modelleyebilir.	2

EK 3. Uzman Görüş Formu

UZMAN GÖRÜŞ FORMU											
Adı Soyadı:				Unvanı:							
*Her soruyu kazanım, seviye ve açıklık açısından “Uygun”, “Uygun Ancak Düzeltilmeli” ve “Çıkarılmali” seçeneklerinden birini işaretleyerek değerlendiriniz. Cevabınıza uygun açıklamayı açıklamalar kısmında belirtiniz.											
	KAZANIMA UYGUNLUK			SEVİYEYE UYGUNLUK(5. sınıf)			AÇIKLIK VE ANLAŞILIRLIK			AÇIKLAMALAR	
	Uygun	Uygun Ancak Düzeltilmeli	Çıkarılmali	Uygun	Uygun Ancak Düzeltilmeli	Çıkarılmali	Uygun	Uygun Ancak Düzeltilmeli	Çıkarılmali	Cevabınız düzeltilmeli ise ne şekilde olması gerektiği ile ilgili öneriniz nedir?	Cevabınız çıkarılmali ise neden?
Bölüm 1											
Soru 1											
Soru 2											
...											

• Yeşilyurt ve Çapraz'ın (2018) çalışmasından faydalanarak hazırlanmıştır.

Ek 4. Bilişsel Giriş Davranışları Testi

BİLİŞSEL GİRİŞ DAVRANIŞLARI TESTİ

*Bu test uygulamadan önce öğrencilerin hazırbulunuşluk düzeylerini değerlendiren bir testtir.

KAZANIMLAR:

- M.5.1.2.1. En çok beş basamaklı doğal sayılarla toplama ve çıkarma işlemi yapar.
- M.5.1.2.4. En çok üç basamaklı iki doğal sayının çarpma işlemi yapar.
- M.5.1.2.5. En çok dört basamaklı bir doğal sayıyı, en çok iki basamaklı bir doğal sayıya böler.
- M.5.1.2.9. Çarpma ve bölme işlemleri arasındaki ilişkiyi anlayarak işlemlerde verilmeyen öğeleri (çarpan, bölün veya bölünen) bulur.
- Öğrenciler adımlar arasındaki fark sabit olan örüntülerde adımlar arası farkı belirler ve bu farka göre istenilen adımları oluşturabilir.

SORULAR

$$1) \begin{array}{r} 354 \\ + 189 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 258 \\ + 542 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 3692 \\ + 6293 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 41561 \\ + 76123 \\ \hline \end{array}$$

$$2) \begin{array}{r} 684 \\ - 263 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 638 \\ - 254 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 7865 \\ - 1474 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 96287 \\ - 32936 \\ \hline \end{array}$$

$$3) \begin{array}{r} 45 \\ \times 56 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 532 \\ \times 34 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 852 \\ \times 36 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 489 \\ \times 35 \\ \hline \end{array}$$

$$4) \begin{array}{r|l} 120 & 5 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 616 & 20 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 1692 & 3 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 8000 & 40 \\ \hline \end{array}$$

$$5) \begin{array}{r} 25 \\ \times \square \\ \hline 500 \end{array} \quad \begin{array}{r} \square \\ \times 30 \\ \hline 840 \end{array} \quad \begin{array}{r} 30 \\ \times \square \\ \hline 810 \end{array} \quad \begin{array}{r} \square \\ \times 16 \\ \hline 384 \end{array}$$

$$6) 330 \div \square = 22 \quad 450 \div \square = 50 \quad \square \div 12 = 13 \quad \square \div 8 = 24$$

7) 5, 9, 13, 17, 21, ... şeklindeki bir sayı örüntüsünde;

a) 8. terimdeki sayı kaçtır?

b) 41 sayısına kaçınıcı adımda ulaşılır?

EK5. Uygulama Planı

	Cuma	Cumartesi	Pazar	Salı	Çarşamba
1.Hafta (25-26-27-30 Haziran) (Aritmetik Örüntülerden Genelleme)	- <i>Cebirsel Düşünme Beceri Testi</i> (60dk+ 60dk)	- <i>Bilişsel Giriş Davranışları Testi</i> (45 dk)	-Tanışma (15 dk) -Ders Planı 1		- <i>İzleme Testi 1</i> (30 dk)
2.Hafta (3-4-7 Temmuz) (Sembollerin Anlamlı Kullanımı)	-	-Ders Planı 2	-Ders Planı 3		- <i>İzleme Testi 2</i> (60 dk)
3.Hafta (10-13 Temmuz) (Sayı Sistemindeki Yapıların Çalışılması)	-	-Ders Planı 4		- <i>İzleme Testi 3</i> (30 dk)	
4.Hafta (18-21 Temmuz) (Fonksiyon ve Örüntülerin Çalışılması)	-	-Ders Planı 5		- <i>İzleme Testi 4</i> (40 dk)	
5.Hafta (24-27-28 Temmuz) (Matematiksel Modelleme)	-	-Ders Planı 6		- <i>İzleme Testi 5</i> (40 dk)	- <i>Cebirsel Düşünme Beceri Testi</i> (60dk+ 60dk)

EK 6. Örnek Ders Planı**DERS PLANI 4****Konu:** Sayı Sistemindeki Yapıların Çalışılması**Sınıf:** 5. sınıf**Süre:** 4 Ders**Hazır Bulunuşluk:**

- **M.5.1.2.1.** En çok beş basamaklı doğal sayılarla toplama ve çıkarma işlemi yapar.
- **M.5.1.2.4.** En çok üç basamaklı iki doğal sayının çarpma işlemi yapar.
- **M.5.1.2.5.** En çok dört basamaklı bir doğal sayıyı, en çok iki basamaklı bir doğal sayıya böler.

Kazanımlar:

- Öğrenciler toplama ve çarpma işlemlerinde değişme, birleşme ve dağılma özelliklerini tanıy ve tüm sayılar için genelleyebilir.

1. Aşama:

Öğrencilerin 0 ile 10 arasında aklından bir sayı tutması söylenir. Bu sayıyı 5 ile toplamaları çıkan sonuçtan 5 çıkarmaları daha sonra bu sonuçtan aklından tuttıkları ilk sayıyı çıkarmaları istenir. Daha sonra öğretmen sonuç 0 mı diye sorarak sonucu bildiğini söyler. Öğrenciler öğretmenin sonucu nasıl bildiğini ve herkesin aklından tuttuğu sayı farklı olmasına rağmen neden herkesin işlem sonucunun 0 çıktığını sorgular. Böylece sayı sisteminde bazı kurallar bulunduğu ve bu sayıların tüm sayılar için geçerli olabileceği söylenir. Örneğin, bir sayıya yeni bir sayı ekleyip sonra sonuçtan bu eklediğimiz sayıyı çıkardığımızda yine aynı sayı elde edilir ve herhangi bir sayının kendisinden çıkarılması ile 0 sonucu elde edilir. Bu sayının hangi sayı olduğu fark etmez ve buna uymayan herhangi bir sayı yoktur.

2. Aşama (odaklama aşaması):

Öğrencilere aşağıdaki durum sunulur. İlk gün ve son gün sisteme boşaltılan su miktarı sembollerle ifade edilir. İki eşitliğin birbirine eşit olduğu, toplamada sıralamanın değişmesinin sonucu değiştirmeyeceği sonucuna ulaşılması istenir.

“ Yaş olarak en büyük Feyza, ortanca Büşra ve en küçük Zeynep olmak üzere 3 kız kardeş televizyon izlerken sokak hayvanlarının kışın aç ve susuz kaldığını zor şartlarda yaşamlarını sürdürmeye çalıştıklarını öğrenir. Bunun üzerine evde kalan yemekleri ve taşıyabildikleri kadar suyu her gün sokak hayvanlarıyla paylaşmaya karar verirler. Aileleri sokağın köşesine 10 litre su alan bir hayvan sulama sistemi yerleştirir. Önce Feyza 5 litrelik suyu, sonra Büşra 3 litrelik suyu ve en son Zeynep ise 2 litrelik suyu sisteme boşaltır. Ertesi gün önce Zeynep 2 litrelik suyu, sonra Büşra 3 litrelik suyu ve en son Feyza 5 litrelik suyu sisteme boşaltır. İlk gün ve sonraki gün konulan su miktarlarını karşılaştırınız. Hangi kardeşin suyu önce koyduğunun en son sistemdeki su miktarını değiştirip değiştirmediğini tartışınız.”

- $5+3+2=2+3+5$

Daha sonra öğrencilerin aşağıdaki ifadenin doğru mu yanlış mı olduklarına karar vermeleri istenir ve nedenleri sorulur. Bu özelliklerin bütün sayılar için geçerli olup olmadığı sorgulanır. Öğrencilerden mantıklı bir gerekçe sunmaları beklenir. Buna toplamada değişme özelliği dendiği söylenir.

- $356+452=452+356$

“Kübra renkleri karıştırınca hangi yeni renklerin oluşacağını merak eden bir çocuktur. Farklı renkteki sıvıları birbirine karıştırırken önce 6 mililitre sarı sıvıyı büyük bir kaba boşaltır. Daha sonra farklı küçük bir kaptaki 8 mililitre kırmızı ve 7 mililitre mavi rengi karıştırır. Bu kırmızı ve mavi karışımı da büyük kaba boşaltır. Başka bir günkü ikinci denemede ise 6 mililitre sarı ve 8 mililitre kırmızı rengini önce küçük bir kaptaki karıştırır. Sonra büyük kaba önce sarı ve kırmızı renkten oluşan karışımı sonra da 7 mililitre mavi renk sıvıyı koyar. Kübra'nın ilk günkü denemesinde son durumda büyük kaptaki biriken su miktarı ile ikinci denemesinde son durumda büyük kaptaki biriken su miktarını karşılaştırınız.”

- $6+(8+7)=(6+8)+7$

Daha sonra öğrencilerin aşağıdaki ifadenin doğru mu yanlış mı olduklarına karar vermeleri istenir ve nedenleri sorulur. Bu özelliklerin bütün sayılar için geçerli olup olmadığı sorgulanır. Öğrencilerden mantıklı bir gerekçe sunmaları beklenir. Buna toplamada birleşme özelliği dendiği söylenir.

- $25+(356+452)=(25+356)+452$

Öğrencilere aşağıdaki durum sunulur ve çarpmada değişme özelliği sorgulanır.

“Bir okula her ay kendi mesleklerini tanıtmak üzere farklı meslek dallarından konuklar davet edilmektedir. Bir gün iç mimar olan Elif Hanım deneyimlerini aktarmak üzere okulun konferans salonunda konuşma yapar. Konuşmasında, bir gün bir müşterisinin kız ve erkek çocuğunun ortak olarak kullanabileceği 24 eşit

bölmeli bir kitaplık istediğini söyler. Bunun üzerine mimar iki farklı yaptığı tasarımı müşterisine gösterdiğini belirtir.

Yukarıda 2 farklı tasarım verilmiştir. Birinci tasarımda daha az yer kaplaması ile, ikinci tasarımda ise en üst kısma başka eşyaların konulabilmesi yönüyle avantajlıdır. Kararsız kalan müşteri çocuklarına danışır. Çocuklarından biri bu iki dolabın eşit sayıda bölme içermediğini mimarın yanlış tasarımlar yaptığını söyler. Diğeri ise bu iki dolabın eşit sayıda bölme içerdiğini savunur. Siz bu konuda ne düşünüyorsunuz?” Öğrencilerin yorumları alındıktan sonra dolaptaki bölme sayılarının çarpma işlemi ile ifade etmeleri istenir. $8 \times 3 = 3 \times 8$ ifadesine ulaşmaları beklenir. Şeklin çevrilmesi ile satır ve sütun sayısının birbirinin tam tersi haline geldiği ve bölme sayısının değişmediği vurgulanır.

Bu durumun tüm sayılar için genellenip genellenemeyeceği ve aşağıdaki ifadenin doğru olup olmadığı sorgulanır.

- $27 \times 34 = 34 \times 27$

Bu özelliğe çarpmada değişme özelliği dendiği vurgulanır.

Daha sonra aşağıdaki durum öğrencilere sunulur.

“ Bir pastanede çalışan Sevim Hanım dikdörtgen şeklinde bisküviler ile pasta yapar. İlk kata bir yatay sırada 4 bisküvi olacak şekilde 3 yatay sıra bisküvi dizer. Daha sonra kremayı döker. Aynı şekilde 2. kata da bisküvileri dizer ve en son üstüne sosunu döker. Fakat Sevim Hanım’ın patronu bu pastanın çok alçak olduğunu söyler ve daha fazla kata sahip bir pasta yapmasını ister. Bunun üzerine Sevim Hanım ilk kata bir yatay sırada 2 bisküvi olacak şekilde 4 sıra bisküvi dizer ve aralara krema koyarak 3 katlı bir pasta yapar. Bütçe ve malzeme hesaplaması yapmak isteyen patronu Sevim Hanım’a hangi pastada ne kadar bisküvi kullandığını sorar. Sevim Hanım’a pastalardaki bisküvi sayısını hesaplamada yardımcı olabilir misiniz?”

$$3 \times 4 \times 2 = 4 \times 2 \times 3$$

Öğrencilerin küplerle, legolarla veya kesme şekerle bu problemi modellemesi istenir.

İki pastada eşit sayıda bisküvi olduğu sonucuna ulaşılr. Aslında bu iki yapının birbiriyle aynı olduğu fakat ters çevrildiği belirlenir.

Böylece çarpma işlemi yaparken 3 sayıyı çarptığımızda hangi ikisini önce çarptığımızın fark etmediği buna çarpmada birleşme özelliği dendiği vurgulanır.

- $(3 \times 4) \times 2 = 3 \times (4 \times 2)$

Öğretmen tarafından 3 boyutlu küpler inşa edilerek ve farklı yönlerden bakılarak da gösterilir.

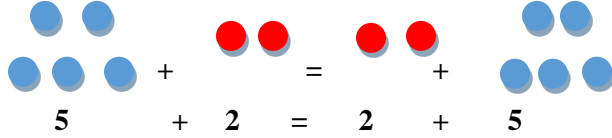
Son olarak aşağıdaki modeller yardımıyla öğrencilerin 5×5 ifadesinin sırasıyla 4 farklı şekilde; $(2+3) \times 5$, $(2 \times 5) + (3 \times 5)$, $(2+3) \times (4+1)$, $(2 \times 4) + (3 \times 4) + (2 \times 1) + (3 \times 1)$ yazılabileceğini kavramaları istenir. Bunun diğer sayılarda da uygulanıp uygulanamayacağı konuşularak genellemelere ulaşılır.

- <https://apps.mathlearningcenter.org/partial-product-finder/>
- https://phet.colorado.edu/sims/html/area-model-multiplication/latest/area-model-multiplication_tr.html

3. Aşama (mücadele aşaması):

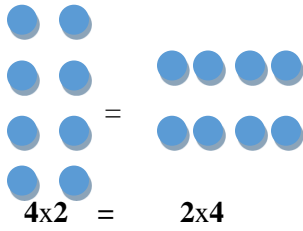
Öğretmen bu öğrenilen özelliklerin toplama ve çarpma işlemlerinde değişme, birleşme ve dağılma özellikleri olduğunu söyler. Aşağıdaki görseller ile konuyu özetler.

Toplamada Değişme Özelliği:



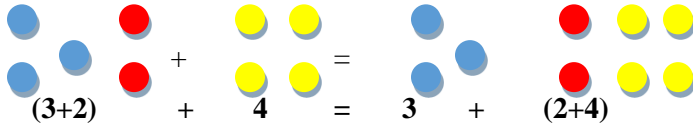
$$5 + 2 = 2 + 5$$

Çarpmada Değişme Özelliği:



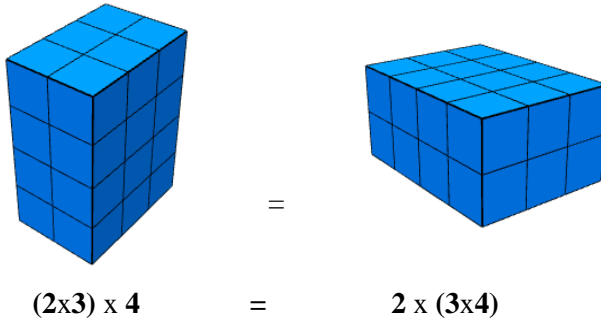
$$4 \times 2 = 2 \times 4$$

Toplamada Birleşme Özelliği



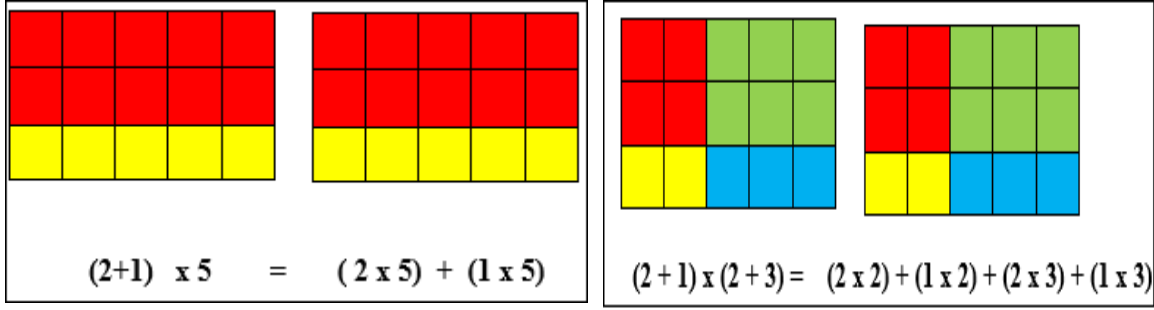
$$(3+2) + 4 = 3 + (2+4)$$

Çarpmada Birleşme Özelliği



$$(2 \times 3) \times 4 = 2 \times (3 \times 4)$$

Dağılım Özelliği

**4. Aşama (uygulama aşaması):**

Aşağıdaki doğru yanlış ve boşluk doldurma sorularının öğrenciler tarafından yapılması istenir.

Doğru Yanlış Soruları

$$265+342=342+265$$

$$612+479=489+612$$

$$(744+455)+289=289+(456+744)$$

$$(345+20)+98= 345+(20+98)$$

$$986 \times 485 = 485 \times 445$$

$$478 \times 21 = 21 \times 478$$

$$(256 \times 421) \times 302 = 256 \times (421 \times 302)$$

$$3 \times 7 = 3 \times (4+3)$$

$$3 \times (4+3) = (3 \times 4) + (3 \times 3)$$

$$3 \times (4+3) = (2+1) \times (4+3)$$

$$(2+1) \times (4+3) = (2 \times 4) + (1 \times 4) + (2 \times 3) + (1 \times 3)$$

Boşluk Doldurma Soruları

$$384+342=342+ A$$

$$A+42=42+10+ 5$$

$$112+A=489+112$$

$$(744+455)+289=289+(A+744)$$

$$(345+A)+98= 345+(20+98)$$

$$986 \times 485 = 485 \times A$$

$$478 \times A = 21 \times 478$$

$$(256 \times 421) \times 302 = A \times (421 \times 302)$$

$$3 \times 7 = 3 \times (A+3)$$

$$A \times (4+3) = (3 \times 4) + (3 \times 3)$$

$$A \times (4+3) = (2+1) \times (4+3)$$

$$(2+1) \times (4+3) = (2 \times 4) + (1 \times 4) + (2 \times A) + (1 \times A)$$

Uygulamadaki oyun da kullanılabilir.

- https://phet.colorado.edu/sims/html/area-model-multiplication/latest/area-model-multiplication_tr.htm