

Bilgisayar Cebir Sistemi Destekli Öğretimin Kavramsal-İşlemsel Yeterliklere Etkisinin İncelenmesi: İntegral Örneği*

Investigation of the Influence of Computer Algebra System Supported Teaching from Procedural-Conceptual Competencies: The Case of Integrals

Eyüp SEVİMLİ**, Ali DELİCE***

ÖZ: Bu çalışma ile analiz derslerine teknoloji entegrasyonu sürecinin kavramsal-işlemsel boyuttaki yeterliklere etkisi geleneksel öğretim süreci ile kıyaslanarak ele alınmıştır. BCS destekli ve geleneksel öğretim durumları, kavramsal-işlemsel boyuttaki yeterlikler ile birlikte öğrenme alanı bileşeni üzerinden bütüncül bir yaklaşım ile değerlendirildiğinden araştırma çoklu durum çalışması modeline göre tasarlanmıştır. Araştırmanın çalışma grubunu, bir devlet üniversitesinin ilköğretim matematik öğretmenliği ikinci sınıf programındaki Analiz I dersine kayıtlı 84 öğrenci oluşturmaktadır. Çalışma grubundaki öğrenciler arasından yansız atama ile oluşturulan uygulama gruplarının birinde geleneksel öğretim ($n=42$), diğerinde BCS destekli öğretim ($n=42$) deseni takip edilerek, altı haftalık uygulama süreci tamamlanmıştır. Öğretim süreci sonundaki çıktıları değerlendirmek üzere test ve görüşme tekniği kullanılmıştır. Araştırmada elde edilen veriler sınıflandırma yöntemi ve betimsel istatistik teknikleri kullanılarak içerikleri üzerinden analiz edilmiş ve yorumlanmıştır. Bulgular, hem kavramsal hem de işlemsel boyutta BCS grubundaki öğrencilerin geleneksel grupta yer alan öğrencilere kıyasla daha yüksek yeterliğe sahip olduğunu göstermiştir. Gruplar arasındaki farkın kavramsal boyuta ilişkin yeterliklerde daha belirgin olduğu gözlenmiştir. Ayrıca, her iki grubun kavramsal yeterliklere oranla daha yüksek işlemsel yeterliklere sahip oldukları belirlenmiştir. BCS grubunun limit-integral ilişkisi, integralin geometrik yorumu ve integral uygulamaları öğrenme alanlarında; geleneksel grubun türev-integral ilişkisi ve entegrasyon hesabı öğrenme alanlarında yüksek yeterliğe sahip olduğunu göstermiştir. Çalışma kapsamında elde edilen diğer bulgular, ilgili alan yazını ışığında tartışılarak, öğrenme ortamlarının düzenlenmesine yönelik çeşitli önerilerde bulunulmuştur.

Anahtar sözcükler: bilgisayar cebir sistemi, kavramsal-işlemsel yeterlik, integral konusu

ABSTRACT: In this study, effects of a calculus class, teaching content of which, was organized according to reform approach and in which CAS support was benefited on procedural and conceptual competencies for integral were compared with traditional teaching process. This study was designed according to multiple case study since CAS supported and traditional teaching cases are assessed with a holistic approach over learning domain components together with the competencies within procedural-conceptual dimension. Working group of the study consisted of 84 undergraduates registered to Calculus I in mathematics education department of a state university. 6-week application process was completed by following traditional teaching ($n=42$) in one of the application groups constituted by unbiased assignment among the students in the workgroup and CAS supported teaching ($n=42$) pattern in the other. Test and interview techniques were employed for evaluation of the outputs of teaching process. The findings demonstrated that the undergraduates in the CAS group had higher competency in both procedural and conceptual dimensions when compared to those in the traditional group. It was observed that the difference between the groups was more prominent in the competency related to conceptual dimension. Additionally, it was observed that both groups had higher procedural competencies when compared to conceptual competencies. It was observed that CAS group had higher competencies in limit-integral relation, geometrical interpretation of integral and learning domains of integral applications, while traditional group had higher competencies in derivative-integral relation and learning domains of integration calculation.

Keywords: computer algebra system, procedural-conceptual competency, integral topic

*Bu makale birinci yazarın doktora tezinden türetilmiştir.

**Yrd. Doç. Dr.,Gaziosmanpaşa Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Tokat-Türkiye, e-posta: eyup.sevimli@gop.edu.tr

***Doç. Dr.,Marmara Üniversitesi, Atatürk Eğitim Fakültesi, İstanbul-Türkiye, e-posta: alidelize@marmara.edu.tr

1. GİRİŞ

Yükseköğretim düzeyindeki öğrencileri konu alan matematik eğitimi araştırmalarının temel amaçlarından biri, ilgili dersin içerdiği konuda, kavramsal ve işlemsel bilgi düzeyi gelişmiş, genelleme, sentezleme ve muhakeme süreçlerini yönetebilen bireylerin yetişmesini sağlayacak öğrenme ortamlarını hazırlamak/tasarlamaktır (Dreyfus, 1991). Bu bağlamda üzerinde dikkatle durulması gereken yükseköğretim düzeyindeki matematik alanlarından biri de analizdir. Çünkü analiz, birçok yükseköğretim programının birinci veya ikinci sınıfında Genel Matematik, Matematik-I gibi farklı isimler ve benzer içeriklerle ortak olarak okutulan ders olmasının yanı sıra, matematiğin günlük hayattaki en somut yansıması olması yönüyle de öğrencilerin mesleki hayatlarında kullanabilecekleri temel disiplinlerden biridir (Girard, 2002; Habre ve Abboud, 2006; Hughes-Hallet et al. 2008). Öte yandan, üniversitelerde, analiz dersine kayıtlı olan öğrencilerin yarısından fazlasının başarısız olması ve araştırmacıların bu dersin öğrenim ve öğretimi sürecinde yaşanan problemlere dikkat çekilmesi, sürecin kalitesinin artırılmasını bir zorunluluk haline getirmiştir (Hughes-Hallet, 1991; Samuels, 2010).

Geleneksel yaklaşımın analiz dersine yönelik işlemsel becerileri geliştirirken; çıkarsama, ilişkilendirme, matematiksel modelleme ve muhakeme gibi kavramsal yeterlikleri desteklemediğinin belirlenmesiyle, kriz diye adlandırılan bir sürece girilmiştir (Hughes-Hallet, 1991). Alan yazındaki pek çok çalışmada öğrencilerin zor hesap işlemlerini yapabiliyor olmalarına karşın, bu sürecin arkasında bulunan matematiksel fikri kavrayamamaları, farklı bağlamlar ile ilişkilendirilememeleri, temel tanım ve yorum bilgileri yönüyle eksik olmaları, araştırmacılar için ortak problem durumunu oluşturmuştur (Chappell ve Kilpatrick, 2003; Habre ve Abboud, 2006; Tucker ve Leitzel, 1995). Bu durumun temel nedeni olarak ise öğretim içeriğinde bilginin tek düze sunulması ve öğrencilerin belirli kalıptaki soruları mekanik adımlarla çözmeye alıştırmaları gösterilmektedir. Öğrencilerin işlemsel bilgi gereken rutin hesaplama problemlerinde başarılı olmalarına karşın, kavrama yönelik anlamlandırmalarda zorluk yaşamaları, dersin içeriği ve öğretim yaklaşımlarının revize edilmesini gerekli kılmıştır. Bu bağlamda araştırmacılara, analiz dersi sınıflarındaki öğrenme sürecine etki eden bileşenleri araştırmaları üzere, çeşitli kurum ve kuruluşlar tarafından destek fonları ayrılmıştır (ISTE; aktaran, Cavin, 2007). Geleneksel sınıflarda yaşanan eksiklik, yarılgı ve zorluklara çözüm aramak üzere oluşturulan geniş tabanlı uzlaşma arayışına, Analiz Reform Hareketi denmiştir (Hughes-Hallet, 1991). Bu hareketin sonucu olarak, ders kitapları ve öğretim programları gözden geçirilmiş, reform yaklaşımına göre yeniden düzenlenmiştir (Tucker ve Leitzel, 1995). Reform yaklaşımına göre yapılandırılan ders kitapları ve öğrenme çıktıları, teknolojinin sunduğu çoklu temsil fırsatı ile analiz dersi konularının nümerik, grafiksel ve cebirsel anlamlarının öğrencilerde yer etmesini hedeflemektedir (Vlachos ve Kehagias, 2000). Hughes-Hallet (1991), Analiz Reform hareketinin özünde, çoklu temsiller ile bir ifadenin farklı gösterimlerine ulaşmanın var olduğunu belirtirken, teknolojinin bu temsilleri sunma fırsatı sağladığını bu yüzden teknoloji-öğretim içeriği bütünleşmesinin önemli olduğunu belirtmiştir.

Analiz ders kitaplarının içerikleri ve öğrenme çıktıları reform yaklaşımına göre yeniden düzenlendikten sonra, birçok farklı araştırmada reform ve geleneksel yaklaşım karşılaştırılarak, reform yaklaşımının üstünlükleri değerlendirilmiştir. Yalnız, reform yaklaşımının sağladığı avantajlar ile birlikte sınırlılıklarını tartışan araştırma sonuçları da alan yazında yer edinmiştir (Chappell ve Kilpatrick, 2003). Bazı matematikçiler, bu yenilik hareketinin matematiğin soyut doğasına zarar verdiğini ve işlemsel yeterlikleri zayıflattığını iddia etmişlerdir (Mumford, 1997). Öğrenme çıktıları ve ders kitaplarının reform yaklaşımına göre yeniden düzenlenmesinin üzerinden 20 yılı aşkın bir zaman geçmiş olmasına karşın, reform hareketinin katkıları ve sınırlılıklarını tartışan araştırmalar yapılmaya devam etmektedir. Sınırlı sayıdaki çalışmada

reform yaklaşımı ve teknoloji desteğinin bütünleştirilerek tasarlandığı bir öğretim deseninin etkililiği değerlendirilmiştir (Girard, 2002; Vlachos ve Kehagias, 2000). Bu çalışma ile analiz dersi öğrencilerinin integral konusundaki kavramsal ve işlemsel yeterliklerini Bilgisayar Cebir Sistemi (BCS) destekli öğretim sürecinden nasıl etkilendiğinin değerlendirilmesi amaçlanmıştır. Ülkemizde, analiz dersine teknoloji entegrasyonu sürecini reform yaklaşımına göre düzenlenen öğretim içerikleri üzerinden değerlendiren bir araştırmanın henüz olmayışı, bu çalışmanın bulgularını ayrıca değerli kılmaktadır.

1.1. Matematik Eğitiminde Teknoloji Kullanımı ve Kavramsal-İşlemsel Yeterlikler

Teknoloji desteği ile yapılandırılan öğretim ortamlarının, öğrenme çıktılarına etkisini araştıran pek çok çalışma bulunmaktadır. Bu çalışmalar, daha çok deneysel desenler eşliğinde nicel ilişkileri ortaya çıkarmaya yönelik olarak hazırlanmakta, dolayısıyla ne kadar sorusuna cevap aramaktadır (Cheung ve Slavin, 2011). Alan yazındaki araştırmalarda bilişsel (kavramsal-ışlemsel bilgi, akademik başarı vb.) veya duyuşsal (tutum, öz yeterlik vb.) boyuttaki yeterliklerin, teknoloji destekli sınıflarda geleneksel sınıflara göre nasıl farklılaştığı, deneysel desenler üzerinden değerlendirmiştir (Aktümen, 2007; Muir-Herzig, 2004). Bu çalışmada özel olarak BCS'nin kavramsal ve işlemsel yeterliklere etkisi üzerinde durulmuştur. Araştırmada kullanılan yeterlik kavramı ile bilginin problem çözme süreçlerinde kullanılabilmesi ve yorumlanabilmesine atıf yapılmaktadır. Hiebert ve Lefevre (1986), kavramsal bilgi için "*Hali hazırda öğrenilen bilgiyi geçmiş bilgiler ile ilişkilendirilme, yorumlama ve farklı bağlamlara transfer edilebilme yeterliği*" tanımlamasını yaparken Skemp'in (1976) işlemsel bilgi için kullandığı tanım "*Bir problemi çözmek için gereken hesap, kural ve algoritma bilgisinin kullanılabilmesi yeterliği*" şeklindedir. Bu tanımlardan hareketle, bu araştırmada kavramsal-ışlemsel bilgi veya anlama yerine "*yeterlik*" terimi kullanılmış ve bilginin problem çözme sürecindeki yansımaları dikkate alınmıştır.

BCS'nin öğrenme ortamlarına entegrasyonu sürecinde kavramsal ve işlemsel yeterlikleri konu alan ilk çalışmalardan biri, Heid (1984) tarafından gerçekleştirilmiştir. Heid (a.g.e), kavramsal öğelere daha fazla yer verilen, işlem rutinlerinin indirgenildiği teknoloji destekli bir öğretim içeriğinin mevcut işleyiş üzerindeki etkilerini araştırmıştır. Çalışma bulguları, BCS desteğinin işlem aritmetiğine harcanan zamanı azalttığını ve öğrencilerin kavramlarla ilgili daha detaylı ve eleştirel düşünebildiklerini göstermiştir. BCS'nin bilişsel alandaki etkileri farklı bileşenler eşliğinde araştırılmaya devam edilmiş ve bu çalışmalarda ulaşılan bazı sonuçlar BCS'nin, farklı gösterimler arasında ilişki kurmak üzere kullanıldığı durumlarda, öğrencilerin de kavramlar arasında daha güçlü bağlar kurduğunu göstermiştir (Samuels, 2010; Özgün-Koca, 2004; Vlachos ve Kehagias, 2000). Bir başka araştırmada Heid (2003), BCS'nin, zihnin sınırlarını aşan durumlarda, kullanıcıya kolaylıklar sağlayan bir araç görevi ile kullanılabilmesine dikkat çekmiştir. Araştırmacıların büyük çoğunluğu, BCS kullanımı ile kavramsal yeterliklerin geliştiği konusunda ortak görüşe sahipken; BCS destekli öğretim sonrasında, işlemsel yeterliklerin nasıl değiştiğine yönelik tartışmalar süregelmiştir (Tokpah, 2008). Bazı araştırmalar, BCS'lerin işlemsel yeterlikler yönüyle herhangi bir değişim veya gelişime neden olmadığını belirtirken; diğer bazıları, işlemsel yeterliklerin arttığı veya azaldığı görüşünü savunmaktadır. Örneğin, Kerrigan (2002), BCS destekli öğretim sonrasında öğrencilerin var olan işlemsel yeterliklerini koruduğunu ve yeni yeterlikler elde ettiğini belirtirken; Lagrange (1999) BCS'ler ile işlem yükünden kazanıldığı düşünülen zamanın, aslında bu yazılımlar kullanılırken karşılaşılan teknik sorunlar ile kaybedildiğini belirtmektedir. Bu yüzden, bazı matematikçiler el ile yapılan hesabın işlemsel yeterlikleri canlı tuttuğunu savunmaktadır. Çalışmalarda, benzer problem durumları için, farklı sonuçlar elde edildiği görülmektedir. BCS'nin bilişsel alandaki etkilerini odağına alan ve çalışma grubu, yöntem, veri toplama araçları, çalışılan konu veya araştırmacının rolü yönüyle farklılık gösterilen ve yukarıda

yer verilemeyen onlarca araştırma bulunmaktadır. Bu anlamda, alan yazınındaki çalışmalarını üst bir bakışla değerlendiren ve BCS desteğinin öğrenme ortamındaki rolünü genel hatlarıyla çizen meta-analiz çalışmalarına yer vermenin faydalı olacağı düşünülmüştür. Bu çalışmalardan biri, Barton (2001) tarafından yapılmış; 1991-2001 arasında Analiz ve Cebir derslerinde BCS desteğinin rolünü 52 araştırma üzerinden yeniden incelenmiştir. Barton (a.g.e) araştırmasında kavramsal anlama, işlemsel bilgi ve akademik başarı değişkenlerini dikkate almış ve teknoloji desteğinin öğrenci başarısına katkı sağladığını belirlemiştir. Meta-analiz üzerinden elde edilen bulgular, geleneksel ortamlarla karşılaştırmaların yapıldığı araştırmaların %75'inde, BCS desteğinin kavramsal anlama düzeyini arttırdığını, %66'sında ise işlemsel bilgi yönüyle iki öğretim yaklaşımı arasında anlamlı bir farka rastlanılmadığını göstermiştir. Son dönemde yapılan bazı meta-analiz çalışmalarında, daha geniş ve kapsamlı bilgilere ulaşılmıştır. Tokpah (2008), BCS'nin kullanıldığı ve kullanılmadığı öğretim desenlerinde, üniversite öncesi düzeydeki öğrencilerin matematik başarılarının karşılaştırıldığı 31 öncül çalışmanın genel eğilimlerini değerlendirmiştir. Bulgular, BCS'lerin sınıf ortamına entegre edilme şekliyle bağımsız olarak, öğrencilerin matematik başarılarının geleneksel sınıflara göre, daha fazla arttığını göstermiştir. Çalışma sonuçları, BCS destekli öğretim süreçlerinde yer almış öğrencilerin geleneksel sınıftaki öğrencilere kıyasla, aynı değerlendirme testlerinde daha iyi performans sergilediklerini ortaya koysa da kavramsal-işlemsel boyuttaki yeterliklere ilişkin ayrıntı verilmemiştir.

Bir öğretim teknolojisinin farklı konulardaki kavramsal ve işlemsel yeterliklere etkisini değerlendiren araştırmalar, teknoloji destekli öğretim sürecinin nasıl yapılandırıldığı ve öğrenme çıktılarının niteliğini betimlemekte yetersiz kalmıştır. Oysa teknolojinin öğrenme ortamında bulunmasından daha önemli olan şey, teknolojinin öğrenme ortamında hangi rol ile yer aldığı ve nasıl kullanıldığıdır (Meagher, 2005). Öte yandan analiz dersine teknoloji entegrasyonunu konu alan araştırmaların genellikle türev konusundaki yeterlikler ile sınırlı kaldıkları gözlenmiştir (Girard, 2002; Habre ve Abboud, 2006). Bu çalışma ile teknolojinin analiz dersi sınıflarına entegrasyonu süreci için BCS destekli öğretim modelinin etkililiği denenmiş; özel olarak bu modelin integral konusundaki kavramsal ve işlemsel yeterliliklere etkisi değerlendirilmiştir. Böylece analiz dersinin öğretimine yönelik alan yazındaki eğilim ve yaklaşımların, Türkiye'deki yansımaları için bir perspektif sunulmuştur.

2. YÖNTEM

Teknolojinin öğrenme ortamına entegrasyonu sürecini konu alan araştırmaların, genelde pozitivist paradigmalarda eşliğinde ve deneysel desenler üzerinden gerçekleştiği, bir önceki bölümde vurgulanmıştır. Bu çalışmanın yazarlarına göre bir öğretim sürecinin etkililiği, sadece "ne kadar" sorusu ile değil ayrıca "nasıl" sorusu ile birlikte değerlendirilmelidir. Çeşitleme yoluyla farklı veri kaynaklarından yararlanan durum çalışmalarında süreç, olay ve olgular arasındaki ilişkiler üzerinden açıklandığından daha geçerli sonuçlara ulaşılır (Cohen, Manion ve Morrison, 2007). Bu çalışmada, bir öğretim tasarımının etkililiği durumu, bütüncül bir yaklaşım ile süreçteki bileşenler üzerinden, derinlemesine incelenmek istenmektedir. Bu sebeple bir neden sonuç ilişkisi değil, sürecin nasıl işlediği ve bağlam üzerindeki etkileri derinlemesine araştırılmıştır. Böylece, öğretim süreçlerinin kavramsal ve işlemsel yeterliklere etkisi kadar, öğretim süreci kaynaklı zorlukların nedenleri ve problem çözme sürecindeki yansımaları da değerlendirilebilmiştir. Bu yönüyle araştırma, nitel-yorumlayıcı paradigmaya sahip bir tür çoklu durum çalışmasıdır. BCS destekli öğretim deseninin integral konusundaki kavramsal ve işlemsel yeterliklere etkisini daha açık bir şekilde gözlemlemeyi amaçlayan çalışmada, çoklu durum çalışması deseni üzerinden geleneksel sınıf ortamı ile karşılaştırmalar yapılmıştır. Bu bağlamda araştırmadaki durumlar, BCS destekli öğretim ve geleneksel öğretimdir.

2.1. Çalışma Grubu

2.1.1. Çalışma grubuna ilişkin ön bilgiler

Araştırmanın çalışma grubunu, bir devlet üniversitesinin ilköğretim matematik öğretmenliği ikinci sınıf programındaki Analiz I dersine kayıtlı 84 öğrenci oluşturmaktadır. Çalışma grubundaki öğrenciler arasından yansız atama ile oluşturulan uygulama grupları ve öğretim durumlarının betimlenmesinden önce, çalışma grubundaki öğrencilerin öğrenme sürecinde yer aldıkları ortam içeriklerinin tasvir edilmesinin faydalı olacağı düşünülmüştür. Çalışma grubu öğrencilerinin, bazı laboratuvar dersleri hariç, öğrenim süreçleri, genelde amfi dersliklerinde yürütülmektedir. Öğrenciler, daha önce bir ders içeriği kapsamında, herhangi bir öğretim teknolojisi kullanmadıklarını veya teknoloji destekli bir öğretim sürecinde yer almadıklarını, ifade etmişlerdir. Çalışma grubundaki öğrenciler birinci sınıf düzeyinde soyut matematik, geometri ve genel matematik derslerini alırken bu derslerde limit, türev veya integral kavramlarına yer verilmemiştir. Geleneksel sınıflardaki ders işlenişinin, genelde tahta-tebeşir kullanılarak, sunuş yolu ve soru cevap tekniği ile gerçekleştiği gözlenmiştir. Araştırma probleminde, cinsiyet veya yaş gibi demografik değişkenler dikkate alınmadığından, çalışma grubunun oluşturulması sürecinde de bu farklılıklara yer verilmemiştir. Ayrıca, çalışmanın yürütüldüğü program, yükseköğretime geçiş için yapılan merkezi sınavlardan alınan puanlar bakımından tercih edilebilecek bölümler arasında üst sıralarda yer almaktadır.

2.1.2. Uygulama gruplarının oluşturulması

Araştırmaya katılan öğrenciler arasından yansız atama ile iki uygulama grubunun oluşturulması için, Analiz I dersine kayıtlı 92 kişi arasından seçimler yapılmıştır. Bu seçimlerin eşit olasılık dâhilinde gerçekleşmesi üzere, öğrenci isimlerinin girildiği bir yazılım programında rastgele dağıtma komutu ile öğrenciler, başka herhangi bir değişken dikkate alınmaksızın, iki gruba atanmıştır. Başlangıçta her bir grupta 46 öğrenci bulunurken, öğretim süreçlerine dahil olmayan, devamsızlık yapan veya çalışma kapsamında uygulanan testlerden herhangi birine cevap vermeyen öğrencilerin çalışma gruplarından elenmesi sonucunda; birinci grup 42, ikinci grup 42 olmak üzere toplam 84 öğrencilik çalışma grubu üzerinde araştırma yürütülmüştür. Çalışma grubundaki öğrenciler arasından yansız atama ile oluşturulan uygulama gruplarının birinde geleneksel öğretim, diğerinde BCS destekli öğretim süreci takip edilmiş ve bundan sonraki bölümlerde uygulama grupları kısaca geleneksel grup ve BCS grubu olarak belirtilmiştir.

2.2. Öğretim Durumları

2.2.1. Geleneksel sınıf ortamında analiz derslerinin işlenişi

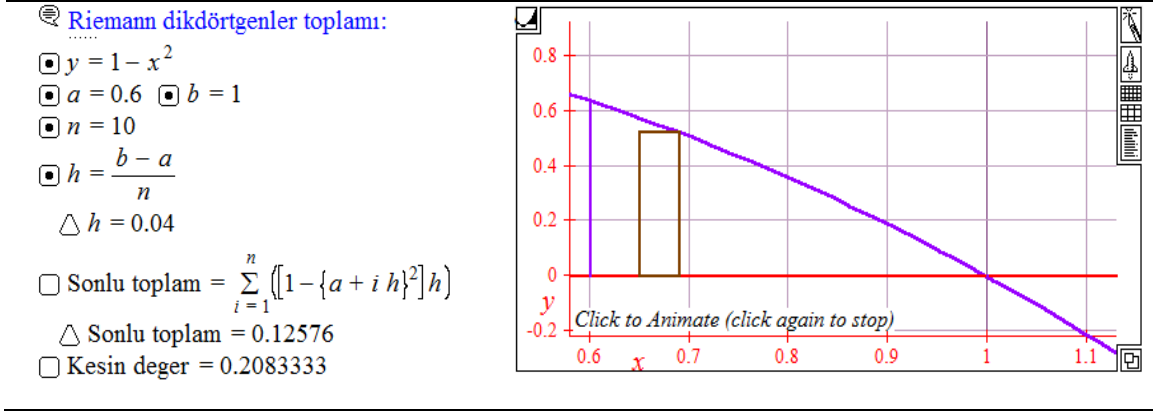
Yükseköğretim düzeyinde okutulan Analiz derslerinin geleneksel sınıf ortamındaki işleyişlerini anlamak için, araştırmacı; gözlem, içerik analizi ve görüşmeden oluşan bir ön saha araştırması (pre-field research) gerçekleştirmiştir. Bu araştırma, ana çalışmadan bir yıl önce yapılmış bir hazırlık çalışmasıdır. Uygulama öncesindeki bulgular analiz derslerinin teori ve uygulama olmak üzere iki bölümde gerçekleştiğini göstermiş; teorik bölümde tanım, teorem, ispat ve bazı temel örneklerin çözümü ile devam ettiği gözlenmiştir. Dersin uygulama bölümü, teorik bölümdeki konuların daha özel örnekler eşliğinde açıklanmasıyla sürdürülmüştür. Uygulama derslerinde sık olmamakla birlikte, öğrencilerin de çözüme katılmaları teşvik edilmiştir. Teorik dersler sunuş yoluyla öğretmen merkezli olarak gerçekleştirilmiş, öğretim içeriğinde herhangi bir yazılım ya da etkinlikten yararlanılmamıştır. Uygulama dersleri, yine sunuş yolu ve soru cevap tekniği desteği ile gerçekleştirilmiştir. Gözlem bulguları, Analiz I dersi kapsamında öğretilen integral konusunun, belirsiz integral, belirli integral ve integral

uygulamaları başlıkları altında ele alındığını göstermiştir. Öğreticiler ders içeriğini planlarken, kendi ders notlarını kullanmış ve teorik yönü ağırlıklı olan bir analiz dersi kitabını referans almışlardır. Bazı öğrencilerin teorik derslerde tahtaya yazılanları not almaya çalıştıkları, diğer bazılarının not almaksızın dinledikleri gözlenmiştir. Öğretici ile yapılan görüşmeler, geleneksel sınıf ortamında takip edilmesi gereken içeriğe rehberlik etmiştir. Görüşme bulguları, öğreticinin, analiz derslerinde ağırlıklı olarak cebirsel temsillerden ve analitik muhakemeden yararlandığını göstermiş, içerikte günlük hayat ile ilişkili olan problem durumlarının sınırlı olduğu belirlenmiştir. Bu ön saha araştırmasının bulguları ışığında, geleneksel sınıflardaki analiz dersinde tanım-teorem-ispata-uygulama öğretim döngüsü öğretmen merkezli olarak takip edilmiş ve öğretim içeriği olarak cebirsel temsil baskınlığıyla yapılandırılmış klasik analiz ders kitaplarından yararlanılmıştır (Dernek, 2009).

2.2.2. Bilgisayar Cebir Sistemi Destekli Öğretim Süreci

Bu çalışmada, analiz dersine teknolojinin entegrasyonu süreci, BCS destekli öğretim tasarımının oluşturulması ile gerçekleştirilmiştir. Bu bağlamda, teknolojinin öğrenme ortamlarına entegre edilmesi aşamalarını içeren Rotman Modeli dikkate alınmıştır (Meagher, 2005). Bu model, teknolojinin öğrenme ortamına başarılı olarak entegre edilmesi sürecinde, öğretim içeriği, öğretim teknolojisi ve birey arasındaki etkileşimin rolüne dikkat çekmektedir. BCS destekli öğrenme ortamlarında, bu üç bileşen arasındaki güçlü ilişkilerin, sürecin verimliliğini arttıracakları belirtilmiştir. Rotman Modelinin bir yansıması olarak tasarlanan BCS destekli öğretim; yazılım, içerik ve birey bileşenleri üzerinden yapılandırılmıştır. Bir BCS destekli öğretim deseni yapılandırılırken uygulayıcıların en önemli görevlerinden biri de uygun yazılımı seçmeleridir. Bu çalışmada *LiveMath* öğretim yazılımı, kolay anlaşılır ara yüzü, hesaplama sürecindeki işlem adımlarını göstermesi, görselleme araçlarına sahip olması, analiz dersi konuları ile uyumlu içeriğe sahip olması ve az sayıdaki çalışmada kullanılmış olması gerekçeleriyle tercih edilmiştir.

BCS destekli öğretim sürecinde Analiz Reform Hareketinin ilkelerine göre düzenlenen öğretim içeriği ve ders kitabı kullanılmıştır (Hughes-Hallet et al. 2008; Vlachos ve Kehagias, 2000). BCS grubundaki öğrenciler her bir konunun çoklu temsil ve teknoloji desteği ile işlendiği toplam yedi modüle katılmışlardır. Bu modüller sırasıyla; *integral kavramına giriş, türevin tersi olarak integral, integral hesabına yönelik teoremler, geometrik yaklaşımlarla integral hesabı, integrasyon teknikleri, nümerik yaklaşım ve belirli integrallerin uygulamalarıdır*. Modül içeriğinin oluşturulması sürecinde analiz ders kitapları, iki matematik enstitüsünün web tabanlı öğretim içerikleri, *LiveMath* yazılımı için hazırlanan çevrimiçi arşivler ve araştırmacının yurt dışındaki analiz dersi gözlemlerinden yararlanılmıştır. Çoklu temsillere göre düzenlenen öğretim içerikleri hazırlanırken, ülkelerin bağlam farklılıklarının kazanımlara etkisini azaltmak için, daha önce İngilizceden Türkçeye çevirisi yapılmış olan ve analiz derslerinde sık kullanılan bir ders kitabındaki (Thomas, Weir, Hass, ve Giordano, 2009) terim ve terminolojiler, uyumluluk kriteri için referans alınmıştır. BCS destekli öğretim içeriğindeki konu başlıkları ve işleyiş sırası, reform yaklaşımını odağına alan bir analiz ders kitabına göre şekillendirilmiştir (Hughes-Hallet et al. 2008). Geleneksel gruptan farklı olarak BCS grubundaki teorik derslerde integral konusundaki tanımlar, farklı temsillerden yararlanılarak teknoloji desteği ile sunulmuş ve bazı teoremlerin ispatında görsel süreçlerden yararlanılmıştır. BCS grubundaki uygulama dersleri, öğrencilerinde aktif katılımlarının sağlanabileceği bir ortamda, bilgisayar laboratuvarında gerçekleştirilmiştir. Etkinlik temelli ve çalışma yapacağı destekli olarak yürütülen uygulama derslerinde her öğrencinin kendisine verilen bilgisayarda hesaplama yapması sağlanmıştır. Şekil 2.1’de, belirli integral kavramının Riemann toplamalarının limiti yolu ile hesaplanmasına yönelik etkinlikte, integralin grafiksel ve nümerik anlamları, bir arada ve ilişkilendirilerek sunulmuştur.

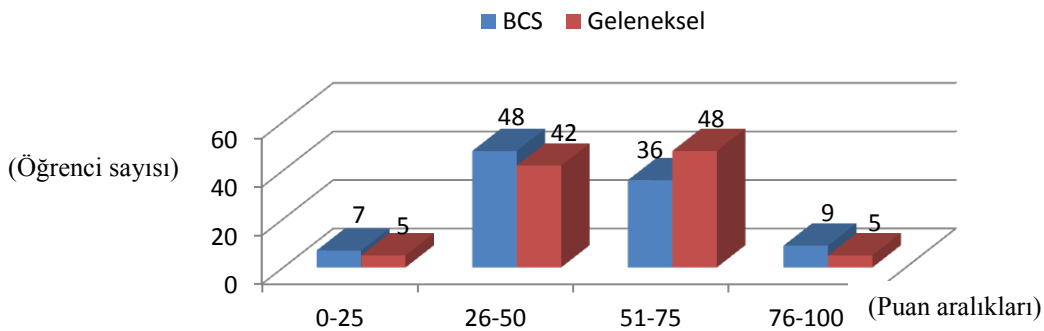


Şekil 2.1. Bilgisayar Cebir Sistemi destekli öğretim desenindeki uygulama modülleri

Yazılım seçimi ve içerik oluşturulmasının ardından, ilgili içeriği Bilgisayar Cebir Sistemini kullanarak sunabilecek donanıma sahip bir öğreticiye, ihtiyaç duyulmuştur. Bu çalışmada, ilgili yazılım için öğretici sertifikası almış ve analiz derslerini geçmiş yıllarda yürütmüş olan araştırmacılar aynı zamanda hem geleneksel hem BCS destekli öğretim sürecinin uygulayıcıları olmuş; böylece araştırmacılar, altı haftalık öğretim sürecinin her basamağında etkin olarak, aynı zamanda bir veri toplama aracı gibi çalışmışlardır (Yıldırım ve Şimşek, 2006).

2.3. Veri Toplama Araçları

Bu araştırmada kullanılan veri toplama teknikleri test ve görüşmedir. Uygulama öncesi çalışma gruplarının denk olup olmadıklarını tespit etmek üzere, öğrencilerin Analiz I dersindeki akademik başarıları kullanılmıştır. Çalışma gruplarının Analiz I dersindeki akademik başarıları, ara sınav notlarının ortalamaları ve frekans dağılımları üzerinden hesaplanmıştır. Sınav içeriğini, analiz dersi kapsamında ele alınan fonksiyonlar, limit ve türev gibi integral kavramının alt yapısını oluşturan konular oluşturmaktadır. Her bir öğrencinin 0-100 arasında değişen uygulama öncesi akademik başarı puanları üzerinden, grupların 25 birimlik puan aralığındaki frekanslarına göre dağılımları Şekil 2.2’de sunulmuştur.



Şekil 2.2. Grupların Analiz I dersindeki akademik başarı puanlarının frekanslara göre dağılımı

Puan aralıklarına karşılık gelen frekanslara göre dağılım incelendiğinde, gruplar arasında belirgin bir fark olmadığı; ek olarak puan dağılımlarının benzer özellikler taşıdığı görülmüştür. Uygulama öncesi, grupların akademik başarı puan ortalamaları BCS grubu için 58.6 iken geleneksel grup için 60.4’tür. Gruplar arasındaki ortalama puan farkının oldukça düşük olduğu gözlenmiştir. Analiz I dersindeki akademik başarı puanlarının dağılımı ve ortalama puanlar, bu

araştırmadaki herhangi bir öğretim sürecine dâhil olmayan öğrencilerin paralel performanslar sergilediğini ve birbirine çok yakın ön bilgi düzeylerine sahip olduklarını göstermiştir.

İntegral Yeterlik Testi (İYT), öğretim süreci sonrası integral konusundaki kavramsal-ışlemsel yeterlikleri ve öğrenme alanlarındaki yeterlikleri değerlendirme ihtiyacına karşılık, araştırmacı tarafından geliştirilmiştir. İYT oluşturulurken analiz dersinin öğrenme çıktıları ile örtüşen kazanımlar ve bu kazanımlarla ilişkili öğrenme alanlarının belirlenmesi için bir belirtke tablosu hazırlanmıştır. Belirtke tablosunun oluşturulması sürecine; alan yazınındaki çalışmalar, Bologna süreci kapsamındaki öğrenme çıktıları (İlköğretim matematik öğretmenliği bölümündeki analiz dersi için), reform yaklaşımına göre düzenlenen analiz ders kitaplarındaki kazanımlar (Hughes-Hallet et al., 2008), Amerika’da yükseköğretim düzeyindeki merkezi ölçme-değerlendirme standartları (AP Calculus AB ve BC) ve araştırmacıların yurt dışındaki ders içeriği gözlemleri rehberlik etmiştir. Ders kitapları, ders notları, sınav soruları ve alan yazınındaki çeşitli veri toplama araçlarından derlenen sorular ile oluşturulan havuz içerisinden, ilgili öğrenme alanındaki yeterliği temsil eden kavramsal ve işlemsel boyuttaki sorular seçilerek, İYT’nin taslak formu hazırlanmıştır. Kapsam geçerliliğini sağlamak için belirlenen sorular arasında, hedeflenen kazanımlara uygun olarak kavramsal boyut için 12, işlemsel boyut için 13 soru seçilmiştir. İYT’deki her bir soru seçiminde, çalışma grubunun integral konusundaki yeterliklerini belirleyebilecek ve içerik bağlamında çeşitliliğin sağlanabileceği tercihlerin yapılmasına özen gösterilmiştir. Deneme çalışmaları ve sonrasında alınan uzman görüşü ile birlikte, İYT’deki anlam hataları ve boyut karmaşası (kavramsal-ışlemsel) giderilmiştir. İYT’nin iç tutarlılığını belirlemek üzere kullanılan Cronbach Alpha istatistiğinde, kavramsal ve işlemsel boyutlar için alfa değerinin .70’den büyük olması (kavramsal boyut için alfa değeri .84, işlemsel boyut için alfa değeri .89), testin yeterli güvenilirliğe sahip olduğu biçiminde yorumlanmıştır.

Öğretim süreçlerinin öğrenme çıktıları üzerindeki etkileri değerlendirilirken test tekniği ile birlikte elde edilen verileri desteklemek için yarı-yapılandırılmış görüşmelerden de yararlanılmıştır. Bu bağlamda İYT’de yer alan bazı sorular, görüşme formunda birer problem durumu formatında yer almış ve amaçlı örnekleme tekniği ile görüşmeye alınan her bir gruptaki ikişer öğrenciye yöneltilmiştir. Görüşmeye alınan öğrencilerden ikisi İYT’deki kavramsal testten diğer ikisi ise İYT’deki işlemsel testten yüksek puan alan öğrenciler arasından seçilmiştir. BCS grubundaki kavramsal ve işlemsel puanı yüksek olan katılımcılar sırasıyla, BCS-K ve BCS-İ; geleneksel gruptaki kavramsal ve işlemsel puanı yüksek olan katılımcılar ise sırasıyla GLNK-K ve GLNK-İ kodu ile kısaltılmıştır. Böylece öğretim süreci sonrasında karşılaşılan problem durumlarının kaynaklarına (uygulama süreci nedenli, bilgi-farkındalık eksikliği vb.) katılımcı görüşleri üzerinden inilmeye çalışılmıştır. Her bir öğrenci için yaklaşık 25 dakika süren görüşmeler, ses kayıt cihazı ile kaydedilmiştir.

2.4. Veri Analizi

İYT puanlandırılırken, testin cevap anahtarı hazırlanmıştır. İYT’ye ait 72 önemli nokta belirlenmiş; bu önemli noktalardan her biri bir puana karşılık gelecek şekilde, ilgili boyutlar üzerinden değerlendirilmiştir. İYT’nin kavramsal ve işlemsel boyutunda, eşit puanda soru bulunmaktadır. Böylece, bir öğrencinin kavramsal veya işlemsel yeterlik başarısı 0–36 puan arasında değişebilmektedir. İntegral konusundaki yeterliklerin değerlendirildiği bir diğer başlık öğrenme alanıdır. İYT’deki sorular limit-integral, türev integral, integralin geometrik yorumu, integrasyon teknikleri ve integral uygulamaları konu alanlarını içermekte olup uygulama grupları İYT puanlarına göre karşılaştırılmıştır. Görüşme bulguları içerikleri üzerinden karşılaştırmalı olarak analiz edilirken transkriptlerden faydalanılmış. Her bir katılımcıya yöneltilen sorular kendi içerisinde kodlanmış; daha sonra ilgili kategori kategoriler altında bütüncül olarak değerlendirilmiştir. Bulgular sunulurken, transkripsiyonu gerçekleştirilen görüşmelerden önemli

olan pasajlar doğrudan alıntılanmış ve çalışma içinde paylaşılmıştır. Ayrıca, öğrencilerin bilişsel süreçleri ile ilgili yorumlar yapmak üzere yazılı çözümlerden örnekler de sunulmuştur.

3. BULGULAR

3.1. Öğretim Sürecinin Kavramsal-İşlemsel Boyuttaki Yeterlikler Bağlamında Değerlendirilmesi

İYT’de eşit sayı ve puanda sorunun bulunduğu iki boyut bulunmakta olup bu boyutlar kavramsal ve işlemsel yeterlidir. Grupların kavramsal yeterlik boyutuna ilişkin çözüm başarıları İYT puan ortalamaları üzerinden hesaplanmış olup; bulgular, BCS grubundaki çözüm başarısının geleneksel gruptan daha yüksek olduğunu göstermiştir (BCS:%75, Geleneksel:%46).

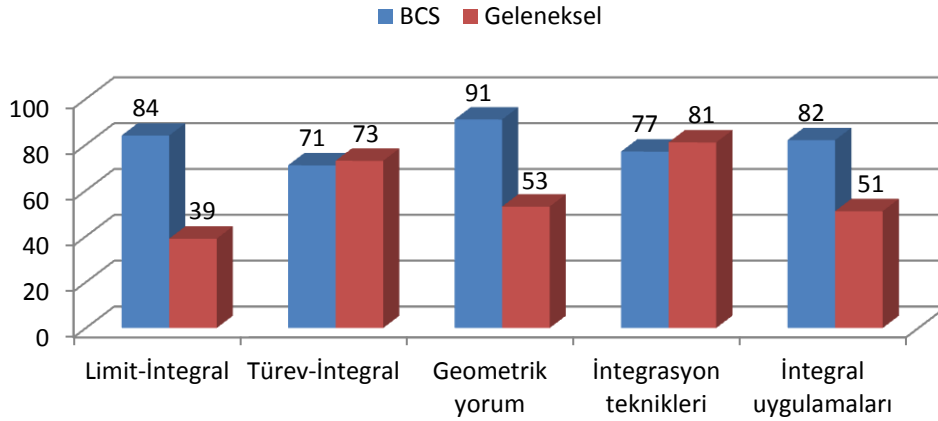
Tablo 1: Grupların kavramsal ve işlemsel boyuttaki yeterliklerinin puan ve başarı yüzdesi üzerinden karşılaştırılması

Yeterlik	BCS		Geleneksel	
	Başarı (%)	Puan	Başarı (%)	Puan
Kavramsal	75	13.5	46	8.2
İşlemsel	88	15.9	67	11.6

Grupların işlemsel yeterlik boyutuna ilişkin çözüm başarıları incelendiğinde, BCS grubunun yine geleneksel gruptan daha başarılı olduğu görülmüştür (BCS:%88, Geleneksel:%67). Gruplar arasındaki farkın kavramsal boyuta ilişkin yeterliklerde daha belirgin olduğu gözlenmiştir (Tablo 1). Bu bulgu, BCS destekli öğretim sürecinde öğrencilerin kavramsal bilgi yapılarını destekleyecek içeriklere daha fazla odaklanıldığını göstermektedir. Öte yandan grup içi karşılaştırmalar, her iki grubun da kavramsal boyuttaki sorulara oranla işlemsel boyuttaki sorularda daha iyi performans sergilediğini göstermiştir. Özellikle geleneksel gruptaki öğrencilerin alışılmışın dışındaki bir form ile sunulan birçok temel integral hesabı işlemini yorumlayamadıkları gözlenmiş, ilgili bulgular süreç analizi bölümünde sunulmuştur.

3.2. Öğretim Sürecinin Öğrenme Alanındaki Yeterlikler Bağlamında Değerlendirilmesi

İYT testinde integral konusundaki farklı öğrenme alanlarını içeren kavramsal ve işlemsel boyutta sorular bulunmaktadır. Öğretim süreci sonrasında grupların integral konusundaki yeterlikleri bu öğrenme alanları üzerinde de değerlendirilmiştir. Böylece genel bir değerlendirme ile birlikte hangi öğretim uygulamasının hangi tür öğrenme alanlarının gelişimine nasıl bir katkı sağlayacağını daha açık bir şekilde betimlenmesi amaçlanmıştır. Uygulamada yer alan iki grubun İYT cevapları üzerinden elde edilen öğrenme alanlarına göre çözüm başarıları Şekil 3.1’de karşılaştırılmıştır.



Şekil 3.1. Grupların integral konusundaki öğrenme alanlarına göre yeterliklerinin başarı yüzdesi üzerinden karşılaştırılması

Gruplar arası karşılaştırmalar incelendiğinde, BCS grubunun, türev-integral ilişkisi ve integrasyon teknikleri hariç diğer bütün öğrenme alanlarında, geleneksel gruba kıyasla daha başarılı olduğu gözlenmiştir. İki grup arasındaki farkın en belirgin olarak görüldüğü öğrenme alanı, limit-integraldir (BCS:%84, Geleneksel:%39). Geleneksel gruptaki öğrenciler, belirli integralin Riemann toplamlarının limit ile ilişkili olan tanımına yer verilen sorularda, zorluk yaşamışlardır. Belirli integrali birikimli toplamlar sistemi olarak tanımlayamayan, tanım notasyonunu yorumlayamayan veya problem çözme sürecinde kullanamayan öğrenciler bu öğrenme alanında başarısız olmuşlardır. Ayrıca, diğer öğrenme alanları ile kıyaslandığında, geleneksel gruptaki öğrencilerin yeterliklerinin en düşük olduğu öğrenme alanı da yine limit-integral ilişkisidir. BCS desteği, integralin limit ile ilişkili olan tanımını kullanma ve yorumlama yeterliklerini %40'tan daha fazla arttırmıştır. BCS grubunun en başarılı olduğu öğrenme alanı, integralin geometrik yorumudur (%91). Geleneksel gruptaki öğrencilerin, integralin geometrik yorumuna ilişkin yeterliklerinin düşük olduğu gözlenmiştir (%53).

BCS grubunun en düşük başarıya sahip olduğu öğrenme alanları, türev-integral ilişkisi ve integrasyon teknikleri iken aynı öğrenme alanları geleneksel grubun en yüksek yeterliğe sahip olduğu başlıklardır. Geleneksel grup, türev-integral ilişkisi ve integrasyon teknikleri öğrenme alanlarında, BCS grubundan daha başarılı olsa da iki grup arasındaki başarı farkının düşük olduğu ve BCS grubunun bu alanlarda da yeterli olduğu gözlenmiştir. Değişken değiştirme, kısmi integrasyon, trigonometrik fonksiyonların integrali gibi yöntemlerinin kullanılması ile çözülebilecek problemlere verilen cevapların BCS grubu için %77'si ve geleneksel grup için %81'i,doğru kategorisinde değerlendirilmiştir. Grup içi karşılaştırmalar, BCS grubunun integralin türevle ilişkisini konu alan öğrenme alanlarına oranla limit ile ilişkili olan öğrenme alanlarında daha başarılı olduğunu göstermiştir. Bu bulgunun geleneksel grup için geçerli olmadığı; aksine, geleneksel grubun integralin türev ile ilişkisini konu alan içeriklerde daha başarılı olduğu belirlenmiştir.

3.3. Süreç Analizi

İYT bulguları BCS ve geleneksel gruplar arasında başarı farkının en belirgin olduğu öğrenme alanının "Limit-İntegral" olduğunu göstermiştir. Bu öğrenme alanında belirli integralin Riemann toplamları tanımını bilme ve yorumlama becerileri incelenmiştir. Öğrencilerin bir matematiksel kavramın kitabi tanımını bilmeleri, onların kavramsal bilgi veya anlamaya sahip olduğunu göstermez. Kavramsal anlama önceki bilgiler ile yeni bilgiler arasında zengin ilişki

bağların kurulmasını gerektirir. Öğrencilerin Riemann tanımı üzerinden integralin limit ile kurulan ilişkilerini yorumlayıp yorumlayamadıklarını anlamak için katılımcı görüşlerine başvurulmuştur. Bu bağlamda, İYT bulgularına göre her bir gruptan kavramsal yeterliği yüksek ve işlemsel yeterliği yüksek iki katılımcının belirli integral için yaptıkları formel ve bireysel tanımlar referans alınmıştır. Özellikle BCS-K katılımcı, belirli integralin matematiksel tanımına ilişkin cevabını sonlu toplamların limiti süreci olarak ve limit kavramı ile ilişkili olacak biçimde açıklamış, buna karşın GLNK-İ ise doğrudan bir tanım yapmamış bunun yerine belirli integrali türen tersi işlemi olarak açıklamaya çalışmıştır. Her ne kadar her iki cevapta da belirli integralin farklı anlamlarına ilişkin bazı yargılara yer veriliyor olsa da bireysel tanım bağlamında BCS-K'nın nümerik ve analitik yoruma ilişkin daha doyurucu cevaplar verdiği gözlenmiştir. Görüşmelerden yapılan doğrudan alıntılar aşağıda paylaşılmıştır.

Araştırmacı: *Belirli integralin matematiksel tanımını yapabilir misiniz?*

BCS-K: *n parçalanış sayısı ve Δx parçalanış genişliği olmak üzere integralin*

Rieamann toplamı tanımı $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n f(x_i) \cdot \Delta x$ dir. Bu tanım değişimler ve eğri altında

kalan alanı bulmak için önemli...

GLNK-İ: *Doğrudan bir tanım aklıma gelmiyor ama. Yalnız, türevin tersi ile ilişkili bir*

tanımı vardı, (katılımcı $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$ notasyonunu önündeki kağıda

yazar)...

Araştırmacı: $\int_a^b f(x)dx$ gösteriminden ne anlıyorsunuz?

BCS-K: *Yukarıda yazdığım Riemann toplamı bu gösterime eşittir. İntegral bir limit süreci aslında, önceleri sonlu toplamlarla yaklaşık değerler bulunabiliyordu muhtemelen; sonsuz toplamların limiti ile artık kesin değerlere ulaşabiliyoruz.*

GLNK-İ: *[a,b] aralığında f(x) fonksiyonunun integralini almak yani ters türevine ulaşmaktır.*

İYT'deki bulgular geleneksel gruptaki bazı öğrencilerin ilgili problem durumunun ön gereksinimlerini dikkate almaksızın hesap temelli süreçleri takip etmeye çalıştıklarını da göstermiştir. İYT'ye verilen cevapların içeriklerine göre analiz edilmesi sonucunda geleneksel gruptaki öğrencilerin her integral problemini türevin tersi yardımı ile çözmeye çalıştıkları bu yüzden işlemsel yeterlik gerektiren sorularda bile yanlış süreçleri takip ettikleri belirlenmiştir. Özellikle Analizin Temel Teoremi(ATT) kullanılırken teoremin ön gereksinimlerinin dikkate alınmamasına yönelik problem durumu, yer alınan öğretim sürecine göre farklılık göstermiştir. Geleneksel gruptaki öğrencilerde özellikle ATT'nin kullanımına yönelik farkındalık eksikliği ile karşılaşmıştır. Yalnız bunun sistematik bir hata mı yoksa dikkat eksikliğinin neden olduğu bir zorluk mu olduğu tam belirlenemediğinden görüşmelere ihtiyaç duyulmuştur. Bu bağlamda katılımcılardan İYT'de cevapladıkları "ATT'nin kullanımına yönelik farkındalık" konusundaki bir problem durumunu tekrar yorumlamaları istenmiştir.

Araştırmacı: " $\int_{-1}^2 \frac{1}{x^4} dx$ integralini hesaplayınız? " problemi için bir çözüm öneriniz?

BCS-K: *ATT uygulanmadan önce sınırlara bakmak gerekiyor, integralinin alınması için a dan b ye sürekli olmalıdır. Bu problem için genelleştirilmiş integral kullanmalıyız. 0 noktasında bir baca oluşuyor.*

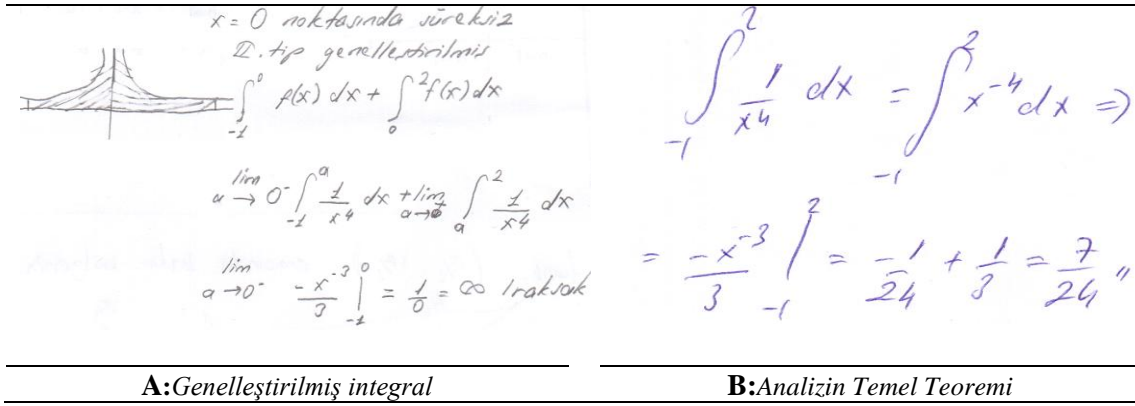
BCS-İ: *Fonksiyonun ATT'ye göre integrallenebilmesi için verilen aralıkta sınırlı, sürekli ve türevli olması gerekir. İntegrand $x=0$ iken süreksiz.*

GLNK-K: Bu tür problemlerde ters türev olarak çözüme ulaşırız, yalnız integral sınırları sonsuz ise genelleştirilmiş integral kullanılır.

GLNK-İ: Tam emin değilim. Süreklilik varsa fonksiyon integrallenebilirdi galiba,

(katılımcı, $y = \frac{1}{x^4}$ fonksiyonunun grafiğini çizer)...Evet sıfır noktasında tanımsız, yalnız altta kalan alanı yaptığım işlem veriyor bence...

Öncelikle gruplara göre ATT'yi kullanma bilgi ve farkındalıkları incelendiğinde BCS grubundaki katılımcıların İYT'deki genel cevap karakteristiklerine paralel olarak, teorik bilgilerini görselleme eğiliminde oldukları belirlenmiştir. BCS grubundaki katılımcıların cebirsel ve grafiksel çözüm yaklaşımlarını ilişkilendirerek doğru sonuçlara ulaştıkları görülmüştür. Bu çıkarımı destekleyen görüşme bulgularından birinde BCS-K, integrandın pozitif olduğu durumlarda genelleştirilmiş integrale karşılık gelen bir limit değerinin olmayışını eğri altında kalan alanın bir reel sayı olmamasıyla ilişkilendirmiştir (Şekil 3.2-A). Görüldüğü üzere BCS-K, görüşme sorusunun ATT ile çözülemeyeceğini fark etmiş ve genelleştirilmiş integralin yakınsaklık ve iraksaklığını geometrik anlamları üzerinden yorumlayabilmiştir.



Şekil 3.2. $\int_{-1}^2 \frac{1}{x^4} dx$ sorusu için genelleştirilmiş integral ve ATT'ye yönelik çözüm örnekleri

Görüşme bulguları, geleneksel gruptaki katılımcıların çözüm sürecinde dikkat eksikliğinden dolayı hemen ATT'yi kullanmaya başladıklarını göstermiştir (Şekil 3.2-B). Fonksiyonun süreksiz olduğu noktanın varlığı hatırlatıldığında GLNK-K ve GLNK-İ, bunun ihmal edilebileceğini belirtmiştir. GLNK-İ, bu problemi çözerken $y = \frac{1}{x^4}$ fonksiyonunun grafiğini çizmiş ve fonksiyonun süreksiz olduğu 0 noktasını göstererek “noktanın alanı yok bu ihmal edilebilir” dediği belirlenmiştir. Oysa limit sonluysa genelleştirilmiş integralin yakınsadığı söylenebilir ve genelleştirilmiş integral değeri limit değerine eşitlenir (Dernek, 2009, s.312).

Yalnız yukarıdaki soruda integrand $x = 0$ noktasında süreksiz olup $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^4}$ limiti sonsuz olduğundan iraksaktır. Bu noktada GLNK-İ'nin, süreci anlamlandırmak için yararlandığı görsel öğeler bilişsel karmaşaya yol açmıştır. GLNK-İ, bu çıkarımını “süreksizlikte, kaldırılabilir süreksizlikler var buradaki süreksizlikte ihmal edilebilir” argümanı ile desteklemeye çalışmıştır. GLNK-İ'ye Riemann toplamları ve eğri altında kalan alan arasındaki ilişki hatırlatıldığında, bu notasyonu hiçbir zaman tam olarak anlamlandıramadığını ifade etmiştir.

4. TARTIŞMA ve SONUÇ

4.1. Tartışma

Bu çalışma kapsamında araştırılan temel problem durumlarından biri, BCS destekli öğretim deseninin, öğrencilerin integral konusundaki yeterliklerine olan yansımalarının değerlendirilmesidir. Bu bağlamda, İYT ve görüşmeler üzerinden elde edilen bulgular, geleneksel yaklaşıma kıyasla BCS destekli öğretim deseni, integral konusundaki kavramsal ve işlemsel yeterliklere daha fazla katkı sağladığını göstermiştir. Bu bulgulardan BCS desteğinin analiz derslerindeki kavramsal yeterliklere olan katkısı için ilgili alanda benzer çalışma sonuçları ile karşılaşmak mümkündür (Heid, 2003; Samuels; 2010; Tokpah, 2008). Ancak alandaki çalışmalar, BCS desteğinin öğrencilerin işlemsel beceri ve yeterliklerini zayıflatabileceğine de dikkat çekmektedir (Barton, 2001; Heid, 1984). Lagrange (1999), öğretim yazılımlarının sunduğu fırsatların, bu yazılımların sınırlılıklarının üzerini örttüğünü belirtmiş; bu anlamda işlemsel becerilerde kaybolan esnekliğin, dikkate alınması gereken bir sınırlılık olduğunu vurgulamıştır. Öte yandan, analiz reform hareketine karşı çıkan öğretici ve araştırmacıların tepkilerinde öne sürdükleri en önemli argümanlar, çoklu temsillere göre düzenlenen öğretim içeriklerinin analiz dersinin teorik doğasına zarar vermesi ve işlemsel becerileri zayıflatmasıdır (Habre ve Abboud, 2006; Tucker ve Leitzel, 1995). Diğer bazı çalışma sonuçlarında da öğretim sürecinde bir kavramın farklı temsillerine yer verilmesinin anlamayı kolaylaştırabileceği gibi güçleştirebileceğine de dikkat çekilmiştir. Özellikle bir temsil, kavramın tanımı ile ilişkilendirilmeyorsa, sadece verilerin farklı bir yol ile düzenlenmesini sağlar ki; verinin doğasına uygun olmayan bir temsilin kullanılması kavram kargaşasına yol açabilir (Girard, 2002). Örneğin bu çalışmada GLNK-İ genelleştirilmiş integral problemini çözerken grafik temsilden yararlanmış yalnız grafikteki süresizliğe neden olan noktayı, “alan değeri” olmadığı gerekçesiyle ihmal etmiştir (s.10). Çoklu temsillerin kavramsal anlamaya katkı sağlaması için ilgili gösterimin bir nesne olmaktan öte bir sürecin karşılığı olarak öğrenme ortamında sunulması önemlidir. Bu yönüyle fonksiyonun sunumunda kullanılan (girdi) ve çözüm sürecinde kavramın farklı doğaları arasında ilişki kurulmasını sağlayan (çıkıtı) temsiller ile yürütülen süreçlerde, kavramın farklı temsilleri arasında ilişki kurulabileceği düşünülmektedir. Bu çalışmada kullanılan *LiveMath* yazılımında integral kavramının nümerik veya grafik temsili kullanılırken cebir temsiline de her zaman yer veren bir ara yüz bulunmaktadır. BCS destekli öğretim ortamında, integral kavramının farklı temsilleri birbirinden bağımsız olarak sunulmamış, temsiller arasında ilişki kurulması sağlanmıştır. Bu anlamda araştırma bulguları, alan yazındaki pek çok araştırma sonuçlarıyla paralel olarak, bir kavramın farklı temsilleri arasında kurulan ilişkinin kavramsal yeterlikleri arttırabileceğini ortaya koymuştur. Ve ayrıca diğer çalışmalardan farklı olarak türev, ters türev alma ve integral kavramları arasında kurulan kavramsal ilişkilerin teorik farkındalığı arttırdığı ve bunun sonucu olarak işlemsel yeterliklerinde arttığı söylenebilir. Görüşme bulguları da bu çıkarımı desteklemekte olup; özellikle BCS grubundaki katılımcıların (BCS-K ve BCS-İ) analitik ile birlikte görsel çözüm süreçlerini de kullanmaları ATT’ye ilişkin teorik farkındalığı olumlu yönde etkilemiştir.

Bazı araştırmalarda, BCS destekli yaklaşım ve geleneksel yaklaşımlar arasında işlemsel yeterliklerin gelişimi yönüyle anlamlı bir farklılığın olmadığı sonuçlarına ulaşılmıştır (Aktümen, 2007; Heid, 1984). Alan yazında ifade edilen bazı kaygı, ön görü veya sonuçların aksine bu çalışmadaki bulgular, BCS destekli öğretim sürecinde yer alan öğrencilerin, kavramsal ve işlemsel boyuttaki yeterlik puanlarının, geleneksel gruptaki öğrencilere kıyasla, daha fazla arttığını göstermiştir. BCS desteğinin öğrenme ortamındaki rolünü meta-analiz bulguları üzerinden değerlendiren araştırmalar, öğretim sürecinin kavramsal anlama düzeyini arttırdığını belirtirken işlemsel bilgi yönüyle bir farklılaşmanın yaşanmadığı çıkarımlarına ulaşmıştır (Barton, 2001; Cheung ve Slavin, 2011). Bu araştırmanın işlemsel yeterlik boyutundaki bulguları

alan yazın ile örtüşmemekte; araştırma dinamiklerindeki farklılıkların bu duruma etkisi olabileceği düşünülmektedir. Bu dinamiklerden biri, çoklu temsillere göre düzenlenen öğretim içeriklerinin, teknoloji desteğiyle sunumunu ön gören BCS destekli öğretim desenidir. BCS destekli öğretim deseninin tasarlanması sürecinde kullanılan model (Rotman Modeli), kavramsal yeterlikler ile birlikte işlemsel yeterliklerin de gelişmesini etkilemiş olabilir. Öte yandan, BCS destekli öğretim deseni ile işlenen analiz derslerinin teorik bölümlerinde *LiveMath* yazılımının kavramsal yapıları görselleştirme amacıyla kullanılması ve bu yazılımın integral hesabı işlem adımlarını açık bir şekilde göstermesi, BCS grubunun işlemsel yeterliklerini geliştirmesine katkı sağlamış olabilir. Öte yandan, her iki gruptaki öğrencilerin de kavramsal boyuta kıyasla işlemsel boyutta daha yeterli olduğu bulgusu, üzerinde tartışılması gereken bir diğer önemli durumdur. Bu bulgunun temel nedenlerinden biri, kavramsal bilgi yapılarının uzun dönemde oluşması ve işlemsel bilgilere göre daha zor yapılandırılmasıdır. Hiebert ve Lefevre (1986), kavramsal bilginin oluşumunun matematiksel bilginin içselleştirilmesi ve ilişkilendirilebilmesi ile sağlanabileceğini belirtmektedir. Bu yönüyle işlemsel bilgiden farklı olarak kavramsal bilgide, süreç, derin anlamlandırmalar üzerinden gerçekleştirilebilmektedir. Dolayısıyla kavramsal boyuttaki yeterliklerin gelişiminin işlemsel boyuta göre daha çok zaman ve çaba gerektirmesi, öğrencilerin işlemsel yeterliklerinin daha yüksek olması bulgusunu ortaya çıkarmıştır.

İYT'den elde edilen bulgular, öğretim yaklaşımlarının integral konusundaki öğrenme çıktılarını yansımalarının birbirinden farklı olduğunu göstermiştir. Dikkat çeken bulgulardan biri geleneksel grubun, BCS grubundan daha başarılı olduğu öğrenme alanlarının, türev-integral ilişkisi ve integrasyon teknikleri olmasıdır. Geleneksel ortamda integral konusuna belirsiz integral kavramı ile giriş yapılmakta olup dersin uygulama bölümü ağırlıklı olarak cebirsel integral alma kural ve tekniklerinin işlendiği içerik ile sürdürülmektedir. Bu işleniş sırası ve öğretim içeriğinin sonuçlarından biri integrasyon teknikleri öğrenme alanında geleneksel grubun başarılı olması iken, bir diğeri integral kavramının bir işlem algoritması olarak değerlendirilmesi ve sadece türev ile ilişkilendirilmesidir. Nitekim geleneksel gruptaki öğrencilerin başarılı oldukları bir diğer öğrenme alanı, türev-integral ilişkisidir. Yalnız, türev-integral ilişkisinin kavramsal dayanağı olmadan yapılandırılması, geleneksel grup öğrencilerinin farklı problem türleriyle karşılaşması durumunda zorluk yaşamalarına neden olmuştur (Thompson ve Silverman, 2007). Nitekim bu çalışmadaki görüşme bulgularında da geleneksel gruptaki katılımcıların integrali türevin tersi olarak yorumladıkları ve integral konusundaki imgelerinin sınırlı olduğu belirlenmiştir. İntegral'i türevin tersi ya da hesaplanması gereken cebir temelli bir simge olarak algılayan öğrencilerin, kavrama yaklaşımı da işlemsel düzeyde kalmakta, kavramın anlaşılması yönüyle zorlukların yaşandığı çeşitli araştırma sonuçlarından bilinmektedir (Rasslan ve Tall, 2002; Orton, 1983). BCS-K katılımcısının belirli integrali anlamlandırmak için alan imgesi ile birikimli toplamlar imgesini ilişkilendirdiği gözlenmiştir. BCS grubundaki öğrencilerin daha çeşitli imgeye sahip olma nedeni, teknoloji destekli sınıflarda grafiksel ve nümerik çözüm yaklaşımlarının kolay uygulanabilmesi ve bu uygulamaların dinamik imgeler oluşturabilmesidir (Sevimli ve Delice, 2013).

4.2. Sonuç

İntegral konusundaki yeterliklere ilişkin sonuçlar incelendiğinde; BCS grubunun, kavramsal ve işlemsel yeterlikler yönüyle, geleneksel gruptan daha başarılı olduğu belirlenmiştir. Grup içi karşılaştırmalar her iki grubun işlemsel düzeydeki yeterliklerinin kavramsal düzeydeki yeterliklerinden daha yüksek olduğunu ortaya çıkarmıştır. BCS destekli öğretim süreci, öğrencilere integralin cebirsel, grafiksel ve nümerik doğasını birbiri ile ilişkilendirme fırsatı sunduğundan kavramsal yeterliklerin gelişimi (işlemsel yeterliklere kıyasla) daha fazla desteklenmiştir. BCS grubunun limit-integral ilişkisi, integralin geometrik yorumu ve integral uygulamaları öğrenme alanlarında; geleneksel grubun türev-integral ilişkisi ve

İntegrasyon hesabı öğrenme alanlarında yüksek yeterliğe sahip olduğu gözlenmiştir. Gruplar arasındaki farkın en belirgin olduğu öğrenme alanı, limit-İntegral ilişkisini konu alan yeterlikler iken BCS destekli öğretim deseninin, limit-İntegral ilişkisini açığa çıkarma anlamında önemli bir görev üstlendiği belirlenmiştir. Görüşme verilerinin yorumlanması ile elde edilen sonuçlar, BCS grubundaki uygulamaların özellikle İmge çeşitliliği ve teorik farkındalık bağlamında öğrencileri desteklediğini göstermiştir. Bu çalışmada, kavramsal ve işlemsel yeterlik boyutu altında farklı öğrenme alanlarının BCS destekli öğretim sürecinden farklı şekilde etkilendiği belirlenmiş; gelecekte yapılabilecek çalışmalar için farklı konulardaki (limit, türev vb.) öğrenme alanlarının ilgili öğretim süreçlerinden nasıl etkilendiğinin araştırılması önerilmiştir.

5. KAYNAKLAR

- Aktümen, M. (2007). *Belirli İntegral kavramının öğretiminde bilgisayar cebiri sistemlerinin etkisi*. Yayınlanmamış Doktora Tezi. Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Barton, S. (2001). What does research say about achievement of students who use calculators and those who do not. *Paper presented at the International Conference on Technology in Collegiate Mathematics 13*.
- Cavin, M. R. (2007). *Developing technological pedagogical content knowledge in preservice teachers through micro teaching lesson study*. Unpublished PhD Thesis, The Florida State University, USA.
- Chappell, K. K., & Kilpatrick, K. (2003). Effects of concept-based instruction on students' conceptual understanding and procedural knowledge of calculus. *Primus 13*(1), 17–37. [Available online at: <http://www.tandfonline.com/doi/pdf/10.1080/10511970308984043>], Erişim tarihi: 22 Mart 2011.
- Cheung, A., & Slavin, R. E. (2011). *The Effectiveness of Educational Technology Applications for Enhancing Mathematics Achievement in K-12 Classrooms: A Meta-Analysis*. Baltimore, MD: Johns Hopkins University
- Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2007). *Research methods in education* (6th Edition). London: Routledge.
- Dernek, A. (2009). *Analiz I* (2. Baskı). Ankara: Nobel yayıncılık.
- Dreyfus, T. (1991). Advanced mathematical thinking processes. In D. Tall (Ed.), *Advanced Mathematical Thinking* (pp. 25-41). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Girard, N. R. (2002). *Students' representational approaches to solving calculus problems: Examining the role of graphing calculators*. Unpublished EdD Thesis, University of Pittsburg, USA.
- Habre, S., & Abboud, M. (2006). Students' conceptual understanding of a function and its derivative in an experimental calculus course. *Journal of Mathematical Behavior*, 25, 57–72.
- Heid, M. K. (1984). *An exploratory study to examine the effects of resequencing skills and concepts in an applied calculus curriculum through the use of the micro computer*. Unpublished PhD Thesis, University of Maryland, USA.
- Heid, M. K. (2003). Theories for thinking about the use of CAS in teaching and learning mathematics. In J. T. Fey, A. Cuoco, C. Kieran, L. McMullin, & R. M. Zbiek (Eds.), *Computer algebra systems in secondary school mathematics education* (pp.33-52). Reston, VA: National Council of Teachers in Mathematics.
- Hiebert, J., & Lefevre, P. (1986). Conceptual and Procedural Knowledge in mathematics: An introductory analysis. In Hiebert, J. (Ed.), *Conceptual and Procedural knowledge: The case of mathematics* (pp. 1-27). Hilldale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Hughes-Hallett, D. (1991). Visualization and calculus reform'. In W. Zimmermann ve S. Cunningham (eds.), *Visualization in Teaching and Learning Mathematics*, (pp. 127 – 138). Washington, DC: MAA.
- Hughes-Hallett, D., Gleason, A. M., McCallum, W. G. et al. (2008). *Calculus: Single variable* (5th Edition). New York: Wiley.
- Kerrigan, J. (2002). Powerful software to enhance the elementary school mathematics program. *Teaching Children Mathematics*, 8(6), 364–377.
- Lagrange, J. B. (1999). Complex calculators in the classroom: Theoretical and practical reflections on teaching pre-calculus. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 3(4), 51-81.

- Meagher, M. (2005). *The processes of learning in a Computer Algebra System (CAS) environment for college students learning calculus*. Unpublished PhD Thesis, The Ohio State University, USA.
- Muir-Herzig, G. R. (2004). Technology and its impact in the classroom, *Computers & Education* 42, 111-131.
- Mumford, D. (1997). Calculus reform—for the millions. *Notices*, 44(5), 559-563.
- Rasslan, S., & Tall, D. (2002). Definitions and Images for the Definite Integral Concept. In Cockburn A.; Nardi, E. (eds.) *Proceedings of the 26th PME*, 4, 89-96. Norwich:UK.
- Samuels, J. (2010). *The use of technology and visualization in calculus instruction*. Unpublished PhD Thesis, Columbia University, USA.
- Sevimli, E. ve Delice, A. (2015). Teknoloji destekli öğretim teorik farkındalığı geliştirebilir mi? Analizin Temel Teoremi örneği. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 6(1), 68-92.
- Sevimli, E., & Delice, A. (2013) An investigation of students' concept images and integration approaches to definite integral: Computer Algebra System versus traditional environments. In Lindmeier A.; Heinze, E. (eds.) *Proceedings of the 37th PME*, 4, 201-209. Kiel: Germany
- Skemp, R. R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding', *Mathematics Teaching*, 77, 20–26.
- Thomas G. B., Weir M. D., Hass J., & Giordano F. R. (2009). *Thomas' Calculus*. (11. Baskı) (Çeviri: Recep Korkmaz). Boston: Pearson Education.
- Thompson, P. W., & Silverman, J. (2007). The Concept of accumulation in calculus. In M. Carlson ve C. Rasmussen (Eds.), *Making the connection: Research and teaching in undergraduate mathematics* (pp. 117-131).
- Tokpah, L. C. (2008). *The effects of Computer Algebra Systems on students' achievement in mathematics*. Unpublished PhD Thesis, Kent State University, USA.
- Tucker, T. W., & Leitzel, J. R. C. (1995). *Assessing calculus reform efforts: A report to the community*. Washington, DC: Mathematical Association of America.
- Orton, A. (1983b). Student's understanding of Integration. *Educational Studies in Mathematics*, 14(1), 1-18.
- Özgün-Koca, S. A. (2004). Bilgisayar ortamındaki çoğul bağlantılı gösterimlerin öğrencilerin doğrusal ilişkileri öğrenmeleri üzerindeki etkileri, *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 26, 82-90.
- Vlachos, P., & Kehagias, A. (2000). A Computer Algebra System and a new approach for teaching. *Journal of Computer Algebra in Mathematics Education*, 7, 87-104. [Available online at: <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.156.8919&rep=rep1&type=pdf>], Erişim tarihi: 16 Eylül 2011.
- Yıldırım, A. ve Şimsek, H. (2006). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*, (6.Baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Extended Abstract

Developments in the information technologies with the 21st century have had various reflections on learning environments. The fact that traditional approaches support procedural knowledge/understanding while they do not emphasize the conceptual components such as association, interpretation and reasoning adequately resulted in integration of learning technologies into mathematics classes at higher education level. Computer Algebra Systems (CAS) are the most common learning strategies integrated into learning environments in the literature as well as calculator, geometric software and learning objects. Number of the studies discussing the effects of the process on learning outputs after learning environments were redesigned by learning technologies has prominently increased in the last decade. One of these learning outputs is procedural-conceptual competencies. It is reported as a result of many studies in common that CASs contribute in improvement of the competencies such as conceptual knowledge and comprehension, while there are various studies demonstrating that procedural competencies are affected positively or negatively by CAS. In this study, effects of a calculus class, teaching content of which, was organized according to reform approach and in which CAS support was benefited on procedural and conceptual competencies for integral were compared with traditional teaching process.

This study was designed according to multiple case study since CAS supported and traditional teaching cases are assessed with a holistic approach over learning domain components together with the competencies within procedural-conceptual dimension. Working group of the study consisted of 84 undergraduates registered to Calculus I in mathematics education department of a state university. 6-week application process was completed by following traditional teaching ($n=42$) in one of the application groups constituted by unbiased assignment among the students in the workgroup and CAS supported teaching ($n=42$) pattern in the other. Teaching content and course book prepared according to Calculus

Reform Movement principles were used in CAS supported teaching process (Hughes-Hallet et al., 2008). Teaching content consisted of lecturing and activities prepared according to multiple representations. In this point, differing from traditional class environment, technology support was benefited to provide different representations for a concept in the CAS supported teaching environment. In addition, researches were the implementers of both traditional and CAS supported teaching process and thus, researches acted as data collection tool effectively in each step of the six-week teaching process (Yıldırım & Şimşek, 2006). Test and interview techniques were employed for evaluation of the outputs of teaching process. It was detected that the groups had very close prior knowledge before the application using the academic success in Calculus I class. After the application, procedural-conceptual competencies related to integral and competencies in learning domains were evaluated by Integral Competency Test (ICT). Some questions in ICT were included in the interview form in the format of a problem and these questions were pointed to two each students taken for intervention by means of purposeful sampling technique. Therefore, we tried to get to the source of the problem cases encountered after the teaching process (application process, lack of knowledge-awareness, etc.) using participants' opinions. Data obtained in the study was analyzed and interpreted over the contents using classification method and descriptive statistics techniques.

The findings demonstrated that the undergraduates in the CAS group had higher competency in both procedural and conceptual dimensions when compared to those in the traditional group. It was observed that the difference between the groups was more prominent in the competency related to conceptual dimension (Table 1). Additionally; it was observed that both groups had higher procedural competencies when compared to conceptual competencies. It was observed that CAS group had higher competencies in limit-integral relation, geometrical interpretation of integral and learning domains of integral applications, while traditional group had higher competencies in derivative-integral relation and learning domains of integration calculation. The learning domains in which CAS group had the lowest success were derivative-integral relation and integration techniques, while these same learning domains were the ones in which traditional group had the highest competency. Group comparisons showed that CAS group was more successful in learning domains associated with limit compared to learning domains focusing on relation of integral with derivative. It was observed that this finding was not valid for the traditional group; on the contrary, traditional group was more successful in the contents focusing on the relation of integral with derivative. As a result of evaluation of the answers given to ICT according to their contents, it was observed that undergraduates in the traditional group tried to solve each integral problem with anti-derivative support and, thus, followed incorrect processes even in the questions requiring operational ability. The problem case about neglecting the pre-requirements of theorem particularly when using Fundamental Theorem of Calculus (FTC) differed according to the attended teaching process. Awareness lack for use of particularly FTC was encountered in the undergraduates of the traditional group.

While studies evaluating the role of CAS support on learning domain over meta-analysis findings report that teaching process improve conceptual comprehension level, they reach to the argument that a differentiation does not occur in terms of procedural knowledge (Barton, 2001; Cheung & Slavin, 2011). Findings of this study in terms of procedural competency do not overlap with the literature; it is considered that the differences in the dynamics of the study may have effect on this case. One of these dynamics is CAS supported teaching pattern proposing presentation of teaching content prepared according to multiple representations with support of technology. The model used in the process of designing CAS supported training pattern (Rotman model) may have affected the developments of the conceptual competencies as well as the procedural competencies. On the other hand, using conceptual structures of LiveMath software and demonstration of this software the operational steps of integral calculation clearly in theoretical sections of calculus lessons delivered thorough CAS supported training pattern may have contributed in improvement of their procedural competencies for CAS group.

Since CAS supported teaching process provides undergraduates with the opportunity to associate algebraic, geometric and numeric nature of integral with each other, improvement of conceptual competencies were supported more (when compared to procedural competencies). In this study, it was observed that different learning domains under conceptual and procedural competency dimensions were affected differently by CAS supported teaching process and it is suggested for possible future studies to investigate how learning domains in different topics (limit, derivative, etc.) are affected by related teaching processes of learning domains.