Öneri.C.7.S.27.
Ocak 2007.305-317.

BİREYSEL EMEKLİLİK FONLARININ SCHEFFÉ, RIDGE VE ÇOKLU REGRESYON MODELLERİ İLE İNCELENMESİ

Nursel Selver RÜZGAR

Marmara Üniversitesi, Teknik Eğitim Fakültesi, Elektronik ve Bilgisayar Eğitimi Bölümü, Doçent Dr.

EXAMINING PRIVATE PENSION PLANS WITH SCHEFFÉ, RIDGE AND MULTIPLE REGRESSION MODELS

***Abstract:** Statistical experiment in which the response is assumed to depend on the amount of mixture and a designed experiment in which the response is assumed to depend only on the relative proportions of the ingredients present in the mixture and not on the amount of the mixture are both commonly used today. After H. Scheffé introduced the pioneering article on designed experiments in 1958, many researches in medicine, chemistry, food and so on have been developed on mixture experiments. As a different application, since the private pension plans are the combination of ratios of various investment instruments, they have suitable structure for Scheffé models. In this work, using the proportions of the components of private pension plans, dependency of funds on investment instruments was modeled by Scheffé models and three funds were examined. The Ridge regression and multiple regressions were also applied to each model and the results were evaluated.*

Keywords: Mixture Experiments, Private Pension Plans, Multiple Regression, Scheffé Models, Simplex-Lattice, Variance Inflation Factor (VIF)

BİREYSEL EMEKLİLİK FONLARININ SCHEFFÉ, RIDGE VE ÇOKLU REGRESYON MODELLERİ İLE İNCELENMESİ

***Özet:** Günümüzde bileşenlerin miktarlarına bağlı olan bağımsız değişkenli denemeler ve karışımı oluşturan bileşenlerin miktarlarına bağlı olmaksızın, oranlarına bağlı olan karma denemeler yaygın olarak kullanılmaktadır. 1958 yılında Scheffé' nin ortaya çıkardığı karma denemeler tıp, kimya, gıda gibi bir çok alana uygulanmıştır. Farklı bir uygulama olarak bireysel emeklilik fonları, içerikleri çeşitli yatırım araçlarının belirli oranlarda kullanılması ile oluştuğundan Scheffé karma denemeleri için uygun yapılar oluşturmaktadır. Bu çalışmada, bireysel emeklilik fonlarını oluşturan yatırım araçları bileşenlerinin bağıl oranları kullanılarak Scheffé karma denemeler yöntemi ile fonların yatırım araçlarına bağlılığının modellenmesi yapılmış ve üç farklı fon için durum incelenmiştir. Her modele Ridge ve çoklu regresyon uygulanarak sonuçlar değerlendirilmiştir.*

Anahtar Kelimeler: Karma Denemeler, Bireysel Emeklilik Fonları, Çoklu Regresyon, Scheffé Modelleri, Simpleks Kafes, Varyans Artırma Faktörü (VIF)

I. GİRİŞ

Genel olarak denemeler endüstride çok yaygın kullanım alanına sahiptir. Bu kullanım sadece üretim sektöründe değil, aynı zamanda servis sektöründe de yaygındır. Örneğin, kanseri tedavi edecek yeni bir ilaç, piyasaya sürülmeden önce birçok denemeden geçmesi gerekir. Önce ilacın laboratuar ortamında deneylerle performansı ölçülmeli ve deney sonuçlarına göre en etkin bileşim seçilmelidir. Üretim sektöründe çalışanlar ise denemeleri akış oranı, üretim süresi, kalitesi vb. açıdan değerlendirirler. Bunları değerlendirmede, kaliteli ilaç üretiminin amacı en düşük maliyetle üretimi gerçekleştirmektir. Tüm dış etmenler sistemin içine katılarak modellenir ve sayısal denemeler formu sonucu simülasyon ile en etkin pazarlama stratejisi belirlenir. Satış temsilcileri tarafından yaş, cinsiyet ve etkinlikler ile tüketicilerdeki etkileri belirlenmeye çalışılır ve piyasada var olan diğer ilaçlara göre yeni ilacın etkileri de ayrıca araştırılır.

Denemeler sık sık test etme ile karıştırılır. Genel olarak denemeler, zamana göre bir kez değişen faktörlerin etkin olarak çalıştırılması, düzenlenmesi ve analizi ile istatistiksel olarak gerçekleştirilir. Bir istatistiksel deneme (bağımsız değişkenli deneme), diğer denemelerden bir çok yönüyle farklılık taşır. Bunlar kısaca şöyle özetlenebilir:

- İki veya daha fazla faktörün etkileri aynı anda çalıştırılır.
- Ortaya çıktıklarında faktörler arası etkileşimi araştırır.
- Deneme ve ölçümler dizisi açısından olası bağlılığı rassallığa göre korur.
- Belirli faktör etkisi, bu faktörün deneysel hata ve varyansı karşılaştırılarak değerlendirilir [1].

İstatistiksel denemelerde birçok amaç ve kısıt olabilir. Bağımsız değişkenlerin bağımlı değişkenler (yanıtlar) üzerindeki etkilerini belirlemek en yaygın bilinen amaçtır. Belirli amaç ve kısıtlara bağlı olarak bir denemenin çeşitli şekillerde düzenlenmesi yapılabilir [1].

İstatistik denemelerin yanında, yanıtın sadece karışımda bulunan bileşenlerin bağıl oranlarına bağlı olduğu ve karışımın miktarına bağlı olmadığı varsayılan karma denemeler vardır. Bir karma denemede, eğer toplam miktar sabit tutulup karışımı oluşturan bileşenlerin bağıl oranlarında değişiklik yapıldığında yanıtın değeri değişiyorsa, yanıtın davranışının, karışımdaki bileşenlerin ortak karışım özelliklerinin bir ölçüsü olduğu söylenir [2]. Karma denemeler ve bağımsız değişkenli denemeler arasındaki fark için ilk olarak, giriş değişkenleri veya bileşenlerin, karışımın negatif olmayan orantılı miktarları olduğu söylenir. Eğer kesirler ile ifade edilmişse, bileşenlerin oranları toplamları 1'e eşit olmalarıdır. Bileşen oranlarının toplamı 1'den küçük olduğunda bileşen oranları toplamları 1 olacak şekilde yeniden ölçeklenmiş kesirler olarak yazılabilir.

Çalışmada, ilk olarak karma denemelerin ortaya çıkışı ve çözüm yöntemleri hakkında bilgi verilmiş, daha sonra bireysel emeklilik fonlarına katılımcı ya da yatırımcı olarak yapılan yatırımlar belirli bir maddi varlığın belirli oranlarda yatırım araçlarında değerlendirilmesi esasına dayanması ve fon yöneticilerinin, mevcut fonların yapılarına göre bireylerin veya yatırımcıların bireysel emeklilik birikimlerini çeşitli yatırım araçlarında değerlendirerek en iyi getiriyi oluşturmaya çalışmaları gerekliliği göz önüne alınarak, fonların karma denemeler için uygulanabileceği ışığında bir uygulama yapılmıştır.

Herhangi bir yatırım fonu hangi miktarda olursa olsun, bir bütün olarak düşünülüp içeriğini oluşturan yatırım araçları olarak ele alındığında, yapısal şekli bir karma deneme modeli için uygun bir durum oluşturmaktadır. Karma deneme olarak bireysel emeklilik fonlarını oluşturan yatırım araçları bileşenlerinin bağıl oranları kullanılmıştır. Üç farklı fon üzerinde modeller kurularak Design Expert programı ile çözümler gerçekleştirilmiştir. Çözümlerin Scheffé karma modellerine uygun olmadığında Drapper (2002)'in [3] önerisi doğrultusunda Ridge regresyon modeli uygulanmıştır. Ayrıca her fon için çoklu regresyon modelleri de uygulanarak sonuçlar karşılaştırılmıştır.

II. KARMA DENEMELER

Bir çok ürün çeşitli bileşenlerin karışımı ile elde edilmektedir. Resim, boya, plastik, ekmek ve deterjan bunlara örnek olarak verilebilir. Kaliteli bir ürün elde etmek için karışımın bileşenlerinin oranlarının ne olacağı bu aşamada çok önemlidir. Karma denemeler bileşenlerin (değişkenlerin) miktarlarına bağlı olmaksızın, bileşenlerin bağıl oranlarına bağlı olan modellerdir. Scheffé tarafından [4] önerilen karma denemeler modellerinin amacı, kalite karakteristiğini ya da yanıtı (y bağımlı değişkenini), karışım oranları bileşenleri cinsinden (x bağımsız değişkenleri) açıklayacak bir modeli (genellikle çok terimlidir) bulmaktır. Karma denemelerde değişkenler karışımı oluşturan bileşenlerden oluşmaktadır. q bileşenden oluşan bir karışımda x_i, i-inci bileşenin bağıl oranını göstermek üzere,

$$\sum_{i=1}^{q} x_i = x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_q = 1,\ 0 \le x_i \le 1,\ i = 1, 2, 3, \ldots, q \quad (1)$$

koşullarını sağlamalıdır [5,6]. (1) koşulu, karma denemeler üzerindeki oranlar arasında var olması gereken temel kısıttır. Bu durumda ele alınan deney bölgesi q - 1 boyutlu bir simpleks oluşturur. Karışımı oluşturan değişkenlerin oranları toplamı 1 olduğundan x_i'lerin herhangi birindeki bir değişim deney bölgesinde ya da yanıt yüzeyinde en azından bir bileşenin değişmesine neden olacaktır. Karma denemeyi oluşturan değişken sayısı sadece 1 ise bu modele tek bileşenli karma model ya da saf karma model denir. Karma modellerle çalışmanın başlıca iki nedeni vardır. Birincisi, karışımı oluşturan maddelerin hangi orandaki karışımlarının en iyi olduğunu belirlemek, ikincisi ise, karışımı oluşturan bileşenlerin oranlarını değiştirerek tüm sistem için en iyi ya da optimum kalite karakteristiğini belirlemektir.

Karma denemelerde çoğu zaman karışımı oluşturan bileşenlerin kısıtları 0 ile 1 aralığında olmayabilir. Bazı bileşenler ya da tüm bileşenler için [0,1] aralığından, daha dar bir aralıkta bileşenler için alt ve üst kısıtlar olabilir. Örneğin, i-inci bileşene ait x_i değişkeni üzerinde böyle bir kısıtlama söz konusu ise, L_i i-inci bileşene ait alt sınırı, U_i i-inci bileşene ait üst sınırı göstermek üzere,

$$0 \le L_i \le x_i \le U_i \le 1 \quad (2)$$

şeklinde olacaktır. Bu kısıtlar ayrıca sistemi oluşturan bileşenlerin lineer kombinasyonları şeklinde de olabilir. j-inci durumdaki değişkenler arasındaki koşulda, K_j lineer kombinasyonlardaki kısıtların alt sınırını ve M_j lineer kombinasyonlardaki kısıtların üst sınırını göstermek üzere ilişki,

$$K_j \le b_{1j}x_1 + b_{2j}x_2 + \ldots + b_{qj}x_q \le M_j \quad (3)$$

şeklinde yazılabilir [7]

Karma denemeler ilk defa 1953 yılında Quenouille'nin kitabında yer almış, daha sonra 1955 yılında Claringbold, fareler üzeride hormon dozlarının kontrolü için yaptığı araştırmasında karma denemeler yöntemini kullanmıştır. Karma denemelerin kısıtlanmasını ve polinom modeline uygulayarak kendi kanonik polinomlarını oluşturması ile ilk temel istatistiksel çalışmaları 1958 yılında H. Scheffé başlatmıştır [2]. Bu tarihten sonra tıp alanında hormon, DNA ve ilaçlara, üretim alanında lastik, sabun, seramik, deterjan ve gıda formülasyonlarına karma denemeler uygulanmış ve bu çalışmalar alanlarındaki periyodiklerde, istatistiksel raporlarda ve kitaplarda yayınlanmıştır. Günümüzde de benzer çalışmalar teorik ve uygulamalı olarak sürdürülmektedir.

Scheffé karma denemelerinin yanıt yüzeylerini modellemek için çeşitli derecelerde kanonik çokterimliler geliştirilmiştir. Tam simpleks bölge üzerinde gösterilen yanıt yüzeyi ile çokterimli denklem arasındaki uyumu sağlamak için, noktaları tüm simpleks çarpan uzayına eşit olarak yayılan tasarım doğal bir seçim olarak düşünülmüştür. Bir simpleks üzerinde noktaların düzgün uzayda dağılımlarından oluşan sıralı düzene kafes (lattice) denilmektedir. Kafes, noktaların yanıt yüzeyi üzerindeki sıralanmalarını belirtmek için kullanılmakta ve bir çokterimli denkleme karşılık gelmektedir. Örneğin, simpleks q bileşenli m'ninci dereceden bir çokterimli denklem ise, bileşen oranları (4) ile tanımlanan {q, m} simpleks kafesi ile gösterilebilir. Bileşenlerin m + 1 eş uzaklıktaki her bir oranı [0,1] aralığında değerler alır. Yani, {q, m} simpleks kafes

$$x_i = 0,\ 1/m,\ 2/m,\ \ldots,\ 1 \qquad i = 1, 2, 3, \ldots, q \tag{4}$$

bileşenlerin bütün olası kombinasyonlarındaki karışımlarından oluşmaktadır. (4) oranları her bir bileşen için doğal bir durumu göstermektedir. Ancak {q,m} simpleks kafeste karışımlar m bileşenden oluşmaktadır. Örneğin {4,3} simpleks kafes tasarımında bileşen oranları x_i = 0/3, 1/3, 2/3, 3/3 i=1, 2, 3, 4 şeklinde oluşmaktadır. {q,m} simpleks kafesinde tasarım noktalarının sayısı $\binom{q+m-1}{m} = \frac{(q+m-1)!}{m!(q-1)!}$ oranına eşittir [2]. Dolayısıyla {4,3} simpleks kafes için tasarım noktalarının sayısı 20 dir ve bu değer karışımı oluşturan bileşenler üzerinde bir modelin kurulması için yapılması gereken minimum deneme sayısını verir. Ancak, Scheffé karma modelleri tasarım için gerekli minimum karışım sayısının altında yapılan denemeler için de çözümler üretir. Örneğin; 6 bağımsız bileşenden oluşan bir karışımda {6, 1}, {6, 2}, {6, 3}, {6, 4}, {6, 5} ve {6, 6} simpleks kafesleri için tasarım noktaları sırasıyla 6, 21, 56, 126, 252 ve 462 olduğu halde, bu deneme sayılarından farklı deneme sayıları için de çözümler bulunabilir. Bir {q, m} simpleks kafesinin noktalarından toplanmış gözlem değerlerine uygulanabilir en genel m'ninci dereceden denklem formu aşağıdaki şekilde gösterilebilir.

$$y = b_0 + \sum_{i=1}^{q} b_i x_i + \sum_{i \le j}^{q}\sum^{q} b_{ij} x_i x_j + \sum_{i \le j \le k}^{q}\sum^{q}\sum^{q} b_{ijk} x_i x_j x_k + \ldots \tag{5}$$

Scheffé (1958)'de genel olarak bilinen regresyon denklemi üzerine $x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_q = 1$ kısıtlamasını uygulayarak {q, m} simpleks kafesi için uygun kanonik çokterimlileri bulmuştur. Örneğin m = 1 için (5) denklemi,

$$y = b_0 + \sum_{i=1}^{q} b_i x_i \tag{6}$$

şeklinde olacaktır. (6) denkleminde $x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_q = 1$ kısıtı ile b_0 terimi çarpılır ise elde edilen yeni denklem,

$$y = b_0\left(\sum_{i=1}^{q} x_i\right) + \sum_{i=1}^{q} b_i x_i = \sum_{i=1}^{q} b_i^{*} x_i \tag{7}$$

olacaktır. Burada bütün i=1, 2, 3, ..., q için $b_i^* = b_0 + b_i$ dir. (7) denklemindeki terimlerin sayısının q olması durumunda {q, 1} kafesindeki noktaların sayısı bulunmuş olur. q değişkenli ikinci dereceden çokterimli,

$$y = b_0 + \sum_{i=1}^{q} b_i x_i + \sum_{i=1}^{q} b_{ii} x_i^2 + \sum_{i<j}^{q}\sum^{q} b_{ij} x_i x_j \tag{8}$$

dir. Eğer (8) denkleminde b_0, $x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_q = 1$ ile çarpılır ve ilgili terim yerine $x_i^2 = x_i x_i = x_i\left(1 - \sum_{\substack{j=1 \\ j \ne 1}} x_j\right)$ ifadesi konur ise m=2 için,

$$y = \sum_{i=1}^{q}(b_0 + b_i + b_{ii})x_i - \sum_{i=1}^{q} b_{ii} x_i \sum_{j \ne 1}^{q} x_j + \sum_{i<j}^{q}\sum^{q} b_{ij} x_i x_j$$

$$y = \sum_{i=1}^{q} b_i^{*} x_i + \sum_{i<j}^{q}\sum^{q} b_{ij}^{*} x_i x_j \tag{9}$$

elde edilir. Benzer şekilde üçüncü dereceden bir {q, 3} çokterimli veya tam kübik çokterimli,

$$y = \sum_{i=1}^{q} b_i^{*} x_i + \sum_{i<j}^{q}\sum^{q} b_{ij}^{*} x_i x_j + \sum_{i<j}^{q}\sum^{q} c_{ij} x_i x_j (x_i - x_j)$$
$$+ \sum_{i<j<k}^{q}\sum^{q}\sum^{q} b_{ijk}^{*} x_i x_j x_k \tag{10}$$

dir. Özel kübik çokterimliler için $c_{ij} x_i x_j (x_i - x_j)$ terimleri incelenmez. Bu durumda özel kübik çokterimli,

$$y = \sum_{i=1}^{q} b_i^* x_i + \sum_{i<j}^{q}\sum^{q} b_{ij}^* x_i x_j + \sum_{i<j<k}^{q}\sum^{q}\sum^{q} b_{ijk}^* x_i x_j x_k \quad (11)$$

biçiminde gösterilir. Burada b_i^*, b_{ij}^*, b_{ijk}^* parametrelerindeki yıldızlar kaldırılıp tüm {q, m} çokterimlileri için b_i, b_{ij}, b_{ijk} parametreleri ve ε hata terimi kullanılır ise (7), (9), (10) ve (11) denklemleri,

$$y = \sum_{i=1}^{q} b_i x_i + \varepsilon \quad (12)$$

$$y = \sum_{i=1}^{q} b_i x_i + \sum_{i<j}^{q}\sum^{q} b_{ij} x_i x_j + \varepsilon \quad (13)$$

$$y = \sum_{i=1}^{q} b_i x_i + \sum_{i<j}^{q}\sum^{q} b_{ij} x_i x_j + \sum_{i<j}^{q}\sum^{q} c_{ij} x_i x_j (x_i - x_j) + \sum_{i<j<k}^{q}\sum^{q}\sum^{q} b_{ijk} x_i x_j x_k + \varepsilon \quad (14)$$

$$y = \sum_{i=1}^{q} b_i x_i + \sum_{i<j}^{q}\sum^{q} b_{ij} x_i x_j + \sum_{i<j<k}^{q}\sum^{q}\sum^{q} b_{ijk} x_i x_j x_k + \varepsilon \quad (15)$$

şeklinde olacaktır. Burada hata terimi ε için $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2)$ olduğu ve karışımı oluşturan faktörlerden bağımsız olduğu varsayılmaktadır. Bir kanonik çokterimlide q bileşen varsa parametre sayıları 1. dereceden, 2. dereceden, 3. dereceden ve özel 3. dereceden çokterimliler için sırası ile q, $\frac{q(q+1)}{2}$, $\frac{q(q+1)(q+2)}{6}$ ve $\frac{q(q^2+5)}{6}$ denklemlerinden bulunabilir [2].

Karma denemelerde genellikle çokterimliyi oluşturan değişkenler arasında ek kısıtlar olduğu için iç ilişki ya da kötü koşulluluk olarak bilinen istenmeyen durumlar ortaya çıkar. Bağımsız değişkenler arasında çoklu iç ilişkinin oluşmasının temel olarak 3 nedeni vardır. Bunlar;

i) Deney tasarımında yeterince planlama yapılmamıştır ya da araştırma zayıf gözlemsel verilerden oluşmaktadır.

ii) Bağımsız değişkenlerin kuvvetleri (x_1^2, x_2^2, ...) ya da çarpımları (x_1x_2, x_2x_3, ...) gibi matematiksel işlemler sonucu oluşturulan yeni değişkenlerle ortaya çıkan modellerin seçilmesinden oluşmaktadır.

iii) Bağımsız değişkenler üzerindeki kısıtlamalardan oluşmaktadır.

Bağımsız değişkenler arasında iç ilişki oluşuyor ise regresyon denkleminin katsayıları beklenenden büyük çıkacaktır. Ayrıca tahmin edilen parametrelerin işareti de beklenenden farklı olabilir ve bu parametreler modelin yapısında küçük değişikliklere büyük tepkiler verirler. İç ilişki olan modellerde, y bağımlı değişkeninin, x_i bağımsız değişkenlere göre Scheffé karma modellerinden yararlanarak bulunan R^2 değeri büyüktür. Gorman [9] R^2<0,99 ise iç ilişkinin problem olmadığını belirlemiştir. Regresyon denkleminde $1-R^2$ tolerans payı diğer değişkenlerle açıklanamayan değişkenlerin varyanslarının oranıdır. İç ilişkiyi gösteren diğer bir parametre Marquardt [10] tarafından önerilen varyans artırma faktörü (VIF) dür. Çoklu doğrusal bağıntıyı saptamak için en etkin yöntem varyans artış faktörlerinin kullanılmasıdır. Bu faktörler tahmini regresyon katsayıları varyanslarının, bağımsız değişkenlerin doğrusal olarak birbirlerine bağımlı olmadığı duruma kıyasla ne kadar arttığını ortaya çıkarır [11]. R^2, k bağımsız değişkenin diğer bağımsız değişkenlerle arasındaki çoklu korelasyon katsayısının karesi olmak üzere, VIF = $(1 - R^2)^{-1}$ değerine varyans artırma faktörü denir. VIF'in 1'e yakın olması R^2'nin 0'a yakın olduğunu, yani x bağımsız değişkeninin diğer bağımsız değişkenlerle doğrusal ilişkisinin olmadığını gösterir. R^2 sıfırdan farklı olduğunda VIF 1'den büyüktür, bu da tahmin edilen parametrenin varyansının arttığını gösterir. VIF'ler büyüdükçe ciddi bir doğrusal bağıntının varlığından söz edilir. Uygulamada 10'un üzerindeki VIF'lerin ciddi doğrusal bağıntı göstergesi olduğu kabul edilmektedir. Myers [12] bütün VIF'lerin 10'dan küçük olmasını önermiş, fakat Freund ve Littell [13] bütün R^2'lerin tüm modelin R^2'sinden küçük olmasını önermiştir. Neter ve Chatter, VIF>10 olduğunda çoklu ilişkinin önemli olduğunu ve VIF<2 olduğunda ise çoklu ilişkinin olmadığını veya ihmal edilebilir düzeyde olduğunu belirtmişlerdir [14]. Varyans büyütme faktörleri VIF'ler Scheffé karma modelinde bağımsız değişkenler matrisi x için $(x'x)^{-1}$ matrisinin köşegen elemanlarıdır. VIF'lerin herhangi birinin 10'dan büyük olması durumunda en küçük kareler kestiricilerinin kullanılması ile elde edilen tahminlerin kararlı olmadıkları bunun yerine alternatif modellerin ya da alternatif tahmin edicilerin kullanılması gerektiği belirtilmiştir. Gorman'ın [9] R^2>0,99 ile belirttiği iç ilişki VIF>100 ile aynı anlama gelmektedir. Bir çok çalışmada (örneğin, Drapper ve Smith, [15]; Freund ve Minton, [16]; Wetherill, [17] çoklu doğrusal ilişki problemleri matris cebri ile ele alınmıştır. Bu yaklaşımda, $(x'x)$ matrisinin determinantının 0'a eşitliği determinantın tekil olmasını verir ki, çoklu doğrusal ilişkide, $\det(x'x) = 0$ ise, modelin kötü koşullu model olduğunu ortaya koyar. Berry ve Feldman [18] ve Laviolette [19] dışında, regresyon uzayını değişken uzayında grafiksel olarak gösteren yazılı çalışma pek yapılmamıştır. İç ilişkinin varlığını gösteren diğer bir ifade $(x'x)$ matrisinin öz değerleri ya da koşul sayılarıdır. Sıfırdan farklı öz değerlerin sayısı matrisin rankını verir. $(x'x)$ matrisinin öz değerlerinden biri sıfıra eşit ise $(x'x)$ matrisi tekildir $(\det(x'x) = 0)$ ve x değişkenleri arasında lineer bağımlılık, yani $\sum_{i=1}^{q} a_i x_i = 0$ kısıtı vardır. λ_i öz değerleri çok küçük ise ($\lambda_i < 0,001$) yine değişkenler arasında bir iç ilişki vardır. En büyük öz değerin, en küçük öz değere oranı koşul sayısını verir. Genel olarak, koşul sayısının 25'ten küçük olduğu durumlar uygun durumları, 25-100 arası araştırılması gereken durumları, 100-1000 arası güçlü bir iç ilişkinin olduğu durumları ve 1000'den büyük olduğu durumlar ise çok ciddi bir iç ilişkinin olduğuna işaret eder [9,12].

Çoklu doğrusal bağıntı durumunda sistemin çözümü için çeşitli yöntemler önerilmiştir. Çoklu doğrusal ilişkiye neden olan değişken veya değişkenler modelden çıkarılabilir veya bazı birimler modele dahil edilebilir. Birbiriyle ilişkisi olan bağımsız değişkenler tek tek değil de toplanarak modele dahil edilebilir. Çoklu doğrusal bağlantı durumunda çözüm olarak ileri sürülen yöntemlerden birisi de taraflı tahmin (Ridge regression-biased estimation) yöntemidir. Bir tahminleyenin küçük bir taraflılığı varsa ve tarafsız tahminleyenden daha kesin ise gerçek parametreye daha yakın olma olasılığı fazla olduğu için tercih edilir. Taraflı tahminleyen yönteminde en küçük karelerle elde edilen normal denklemlere $0<k<1$ olmak üzere bir taraflılık sabiti seçilir. 0'dan 1'e kadar tüm değerler denenir ve kısmi regresyon katsayılarının durgunlaştığı ve aynı zamanda VIF'lerin minimum olduğu c değerleri seçilir. Normal denklemlere k değerleri konularak kısmi regresyon katsayıları hesaplanır. Son olarak da gerçek değerlere dönüş yapılır [11]. Ridge regresyon analizi genel yanıt yüzey metodolojisi için A. E. Hoerl [20, 21, 22, 23] tarafından ortaya atılmıştır. Hoerl'in önerdiği ancak ispatlamadığı sonuçları Drapper [24] ispatlamış ve Myers ve Carter [25] dual yanıt uzayı problemine konuyu genişletmişlerdir.

III. UYGULAMA

Bu çalışmada, bir bireysel emeklilik şirketine ait 3 adet bireysel emeklilik fonunun ilk kurulduğu Eylül 2003'ten Ocak 2005'e kadar ay sonu fon fiyatları ile fonu oluşturan yatırım araçlarının bağıl oranları kullanılarak Scheffé karma denemeler yöntemi ile modelleri kurulmuştur. Seçilen fonlar yüzdelik olarak [0,1] aralığında değerler almalarının yanında daha dar arlıklarda değerler almakta, ayrıca değişkenlerin lineer ilişkileri ile oluşan yapılarda belirli kısıtlar altında değerler almaktadır. Bireysel emeklilik fonları fon iç tüzüklerinde belirtilen oranlar içinde fon yöneticileri tarafından kullanılmak zorundadır. Bireysel Emeklilik ve Gözetim Merkezi fonlar ile ilgili her türlü denetim ve gözetimi bu doğrultuda yapmaktadır. Çalışmada seçilen 3 fon özellikle kısıtlar açısından yoğun olarak sınırlanmış fonlardan oluşmaktadır. Ayrıca seçilen fonlar için Scheffé karma denemeler yöntemi uygulanırken bazı kısıtların tekrar düzenlenmesi gerekmiştir. Bireysel emeklilik fonları için yapılan değerlendirmelerde, aylık fon içeriklerine yapılan yatırımların %'lik oranları hesaplanmakta ve iç tüzük doğrultusunda aylık bilgilendirme gereği yayınlanmaktadır. Bu doğrultuda yatırım araçlarının değişimleri rahatlıkla izlenebilmektedir.

1. Fon - Büyüme Amaçlı Esnek Emeklilik Yatırım Fonu

1. fon olarak seçilen "Büyüme Amaçlı Esnek Emeklilik Yatırım Fonu" için,

x_1: Hazine Bonosu en az % 0, en fazla % 100,

x_2: Ters Repo en az % 0, en fazla % 100,

x_3: Devlet Tahvili en az % 0, en fazla % 100,

x_4: Türk Hisse Senetleri en az % 0, en fazla % 100,

x_5: Borsa Para Piyasası İşlemleri (BPP) en az % 0, en fazla % 20,

x_6: Kuponlu Devlet Tahvili en az % 0, en fazla % 100,

Fon portföyünün en az % 50, en fazla % 100'lük kısmı devlet iç borçlanma araçlarından, yani $x_1+x_3+x_6$ en az % 50, en fazla % 100 olmak zorundadır. Seçilen fonun kısıtları, Scheffé karma denemeler yöntemi uygulanırken, iç tüzük gereği kısıtları en az % 0, en fazla % 100 olarak tanımlanan Ters Repo modelin uygulanabilmesi için en az % 0, en fazla % 50 olarak ve iç tüzük gereği en az % 0, en fazla % 100 olarak tanımlanmış olan Türk Hisse Senetleri kısıtları modelin uygulanabilmesi için en az % 0, en fazla % 50 olarak değiştirilmiştir. Büyüme Amaçlı Esnek Emeklilik Yatırım Fonunu oluşturan bileşenlerin aylık ortalama yatırım oranları Tablo 1'de verilmiştir.

Büyüme Amaçlı Esnek Emeklilik Yatırım Fonunu için (12) denklemine uygun Scheffé karma modeli,

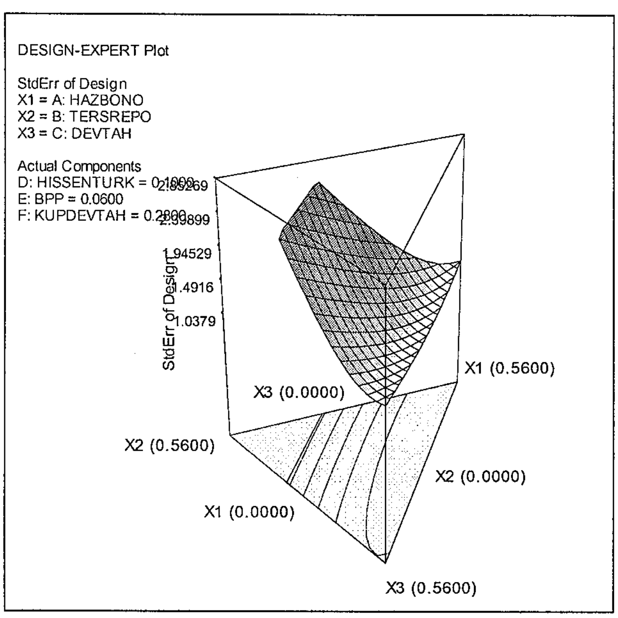
Model 1.

$$\begin{aligned} y = {} & \underset{(0,001687)}{0,013117*x_1} + \underset{(0,007812)}{0,003354*x_2} + \underset{(0,002257)}{0,015147*x_3} \\ & + \underset{(0,003529)}{0,007377*x_4} + \underset{(0,004759)}{0,003953*x_5} + \underset{(0,002628)}{0,016871*x_6} \end{aligned}$$

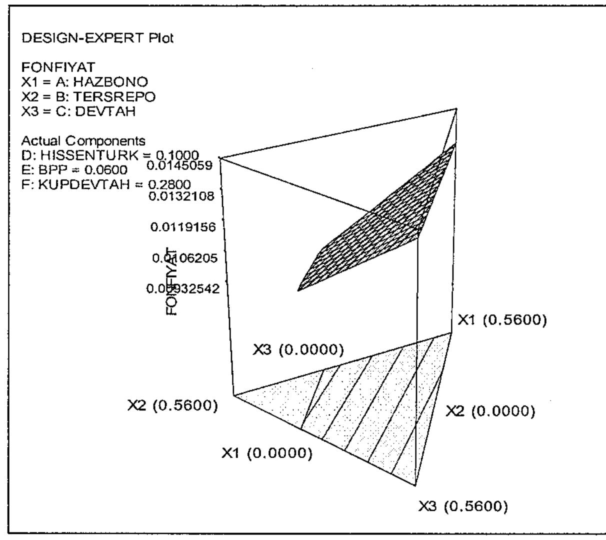
şeklinde bulunur. Bu model için, R^2 = 0,4780 ve düzeltilmiş R^2 = 0,2408, $(x'x)^{-1}$matrisinin köşegen elemanlarının toplamı 92,057 ve katsayı matrisinin koşul sayısı 93,725 olarak elde edilmiş ve modelin standart hataları, fon fiyatı ve önerilen fon fiyatı Şekil 1'de gösterilmiştir. Ancak, R^2'nin düşük olması, $(x'x)^{-1}$ matrisinin köşegen elemanlarından oluşan VIF varyans büyütme faktörlerinin toplamının 6 değişken için 60'dan büyük olması ve katsayı matrisinin koşul sayısının 25'den büyük olması modelin uygun olmadığını gösterir.

Tablo.1. Büyüme Amaçlı Esnek Emeklilik Yatırım Fonu

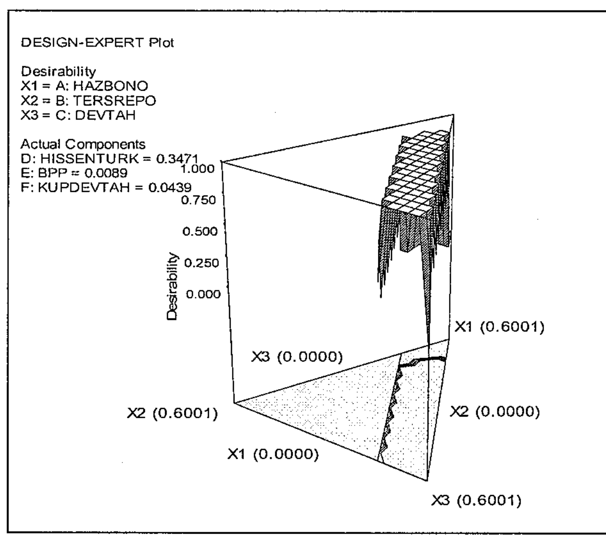
Aylar	Ay Sonu Fon Fiyatı (YTL)(y)	Hazine Bonosu (x_1)	Ters Repo (x_2)	Devlet Tahvili (x_3)	Türk Hisse Senetleri (x_4)	BPP (x_5)	Kup. Devlet Tahvili (x_6)
Eylül 2003	0,01077	0,1719	0,136	0,402	0,289	0,000	0,000
Ekim 2003	0,01015	0,3467	0,067	0,163	0,260	0,161	0,000
Kasım 2003	0,01025	0,2726	0,000	0,339	0,203	0,184	0,000
Aralık 2003	0,01107	0,0000	0,000	0,585	0,311	0,103	0,000
Ocak 2004	0,01104	0,4817	0,000	0,072	0,237	0,016	0,192
Şubat 2004	0,01137	0,3209	0,000	0,061	0,361	0,012	0,244
Mart 2004	0,01172	0,0000	0,000	0,075	0,482	0,010	0,431
Nisan 2004	0,01117	0,0860	0,000	0,319	0,351	0,052	0,190
Mayıs 2004	0,01088	0,2231	0,000	0,241	0,330	0,040	0,164
Haziran 2004	0,01124	0,1404	0,000	0,316	0,364	0,125	0,052
Temmuz 2004	0,01170	0,1409	0,000	0,514	0,305	0,003	0,035
Ağustos 2004	0,01209	0,2003	0,000	0,384	0,373	0,012	0,029
Eylül 2004	0,01258	0,1348	0,000	0,463	0,346	0,027	0,027
Ekim 2004	0,01301	0,5018	0,000	0,187	0,279	0,013	0,018
Kasım 2004	0,01313	0,4427	0,000	0,272	0,247	0,021	0,016
Aralık 2004	0,01398	0,0000	0,000	0,191	0,280	0,011	0,516
Ocak 2005	0,01457	0,0628	0,000	0,232	0,311	0,057	0,336



Şekil.1.a. Büyüme Amaçlı Esnek Emeklilik Yatırım Fonu için Model 1 (Standart Hatalar)



Şekil.1.b. Büyüme Amaçlı Esnek Emeklilik Yatırım Fonu için Model 1 (Fon Fiyatı)



Şekil.1.c. Büyüme Amaçlı Esnek Emeklilik Yatırım Fonu için Model 1 (Önerilen Fon Fiyatı)

Bu fon için (13) denklemine uygun 2. dereceden, (14) denklemine uygun 3. dereceden ve (15) denklemine uygun özel 3. dereceden Scheffé modelleri oluşturulmuş, fakat hiçbirinin uygun modeller olmadıkları görülmüş, bu nedenle de modellerle ilgili sonuçlar burada gösterilmemiştir. Sonuç olarak, bu fon için Scheffé karma modellerinin uygun tasarımlar oluşturmadığı kararına varılmıştır.

Büyüme Amaçlı Esnek Emeklilik Yatırım Fonu için, (6) denklemine uygun en küçük kareler kestiricileri ile birlikte sabit terimli çoklu regresyon modeli Model 1.1,

Model 1.1.

$$y = -2{,}842116 + 2{,}855211{*}x_1 + 2{,}845093{*}x_2 + 2{,}856471{*}x_3$$
$$(1{,}120897) \quad (1{,}120775) \quad (1{,}120595)$$
$$+ 2{,}850878{*}x_4 + 2{,}844512{*}x_5 + 2{,}856922{*}x_6$$
$$(1{,}121453) \quad (1{,}1203) \quad (1{,}120095)$$

şeklinde elde edilir. Bu model için, $R^2 = 0{,}6834$ ve düzeltilmiş $R^2 = 0{,}4934$ olarak hesaplanmıştır. $(x'x)^{-1}$ matrisinin köşegen elemanları olan VIF'ler sırasıyla x_1 için 1562036, x_2 için 1561694, x_3 için 1561193, x_4 için 1563585, x_5 için 1560371, ve x_6 için 1559802'dir. λ_j öz değerleri ise, $\lambda_1 = 2{,}1805$; $\lambda_2 = 1{,}5307$; $\lambda_3 = 0{,}9909$; $\lambda_4 = 0{,}7966$; $\lambda_5 = 0{,}50140$ ve $\lambda_6 = 0{,}0000$ olarak bulunur. Buradan R^2'nin düşük olması, $(x'x)^{-1}$ matrisinin köşegen elemanlarından oluşan VIF varyans büyütme faktörlerinin 10'dan çok büyük olması ve sıfırdan farklı öz değerin 5 olması bağımsız değişkenler arasında iç ilişkinin yüksek düzeyde olduğunu ve Model 1.1.'in uygun bir model olmadığını ortaya koyar.

Scheffe karma modeli uygun çözüm üretmediği durumlarda alternatif model olarak Draper'in [3] önerdiği (6) denklemine uygun k = 0,090 için sabit terimli Ridge Regresyon modeli:

Model 1.2.

$$y = 0{,}013648 - 0{,}000804{*}x_1 - 0{,}009739{*}x_2 + 0{,}0008587{*}x_3$$
$$(0{,}001260) \quad (0{,}007712) \quad (0{,}001405)$$
$$- 0{,}005346{*}x_4 - 0{,}009011{*}x_5 + 0{,}002516{*}x_6$$
$$(0{,}004679) \quad (0{,}004829) \quad (0{,}001361)$$

biçiminde elde edilir. Bu model için, $R^2 = 0{,}4310$, $(x'x)^{-1}$ matrisinin köşegen elemanları olan VIF'ler ise sırasıyla x_1 için 0,4772, x_2 için 0,8574, x_3 için 0,5201, x_4 için 1,0262, x_5 için 0,8641 ve x_6 için 0,5560 bulunur. λ_j öz değerleri ise, $\lambda_1 = 2{,}180538$; $\lambda_2 = 1{,}530654$; $\lambda_3 = 0{,}990890$; $\lambda_4 = 0{,}796553$; $\lambda_5 = 0{,}501365$ ve $\lambda_6 = 0{,}000$'dır. Burada, R^2'nin düşük olması, $(x'x)^{-1}$ matrisinin köşegen elemanlarından oluşan VIF varyans büyütme faktörlerinin 10'dan küçük olmasına karşın sıfırdan farklı öz değerin 5 olması bağımsız değişkenler arasında iç ilişkinin olduğunu ve Model 1.2.'nin uygun bir model olmadığını gösterir.

Regresyon modelleri tüm değişkenler için tek tek incelendiğinde, sabit terimleri olmak koşuluyla tek değişkenli fonksiyonda R^2 değeri 0,2147 olan x_5'den oluşan model en iyi model, iki değişkenli fonksiyonda R^2 değeri 0,3309 olan x_2 ve x_5'den oluşan model en iyi model, üç değişkenli fonksiyonda R^2 değeri 0,4607 olan x_1, x_3 ve x_6'dan oluşan model en iyi model, dört değişkenli fonksiyonda R^2 değeri 0,4791 olan x_1, x_3, x_4 ve x_6'dan oluşan model en iyi model ve beş değişkenli fonksiyonda R^2 değeri 0,4793 olan x_1, x_3, x_4, x_5 ve x_6'dan oluşan model en iyi modeldir. Tüm değişkenlerin kullanılması ile R^2 değeri 0,6834 bulunur. Ayrıca, bir ve iki değişkenli modeller dışındaki tüm modellerde de iç ilişkinin olduğu görülmektedir.

y bağımlı değişkeni ile en düşük korelasyona sahip x_4 değişkenini sistem dışı tutularak tekrar Ridge ve Çoklu regresyon tahminleri yapıldığında Tablo 2'deki değerler elde edilir. Büyüme Amaçlı Esnek Emeklilik Yatırım Fonu Ridge regresyonu için tüm değişkenlere ait koşul sayıları 25'ten küçük ya da öz değerleri sıfırdan farklı ve VIF'lerin 10'dan küçük olmasının yanında R^2 değeri de oldukça küçüktür. Buna karşın çoklu regresyon için 4 öz değerin sıfırdan farklı ya da 4 değişkenin koşul sayısının 25'ten küçük olduğu ve bazı VIF'lerin 10'dan büyük olduğu görülür, ancak R^2 değeri yine oldukça küçüktür. Dolayısıyla bu modellerin de uygun olmadığı görülür.

Tablo.2. k = 0,090000 için Ridge ve En Küçük Kareler Kestiricileri

Bağımsız Değişkenler	Ridge katsayıları	Ridge Standard Hataları	Standart.Ridge katsayıları	VIF	EKK katsayıları	EKK Standard Hataları	Standart. EKK Katsayıları	VIF
Sabit	0,01091				0,0073			
HB(x_1)	0,00109	0,00185	0,143	1,056	0,0057	0,00476	0,753	Bazı VIF> 10
TR (x_2)	-0,0077	0,00774	-0,222	0,882	-0,004	0,00893	-0,114	
DT (x_3)	0,00221	0,00205	0,271	1,132	0,0077	0,00555	0,954	
BPP(x_5)	-0,0066	0,00488	-0,306	0,904	-0,003	0,00621	-0,156	
KDT (x_6)	0,00357	0,00200	0,466	1,230	0,0095	0,00591	1,243	
R^2	0,3869				0,4788			

Tablo.2 ile oluşturulan Ridge regresyon modelinde y bağımlı değişkeni ile en düşük korelasyona sahip x_3 değişkenini sistem dışı tutarak tekrar Ridge ve çoklu regresyon tahminleri yapıldığında elde edilen sonuçlar Tablo.3'te verilmiştir. 4 değişken üzerine kurulan yeni modelde, Ridge regresyonu için tüm değişkenlere ait koşul sayılarının 25'ten küçük ya da öz değerleri sıfırdan farklı ve VIF'lerin 10'dan küçük, fakat R^2 değerinin de oldukça küçük olduğu görülür. Ayrıca, çoklu regresyon için 4 öz değer sıfırdan farklı veya 4 değişkenin koşul sayısı 25'ten küçük ve tüm VIF'ler de 10'dan küçük olarak elde edilir, ancak R^2 değeri yine de oldukça küçüktür.

Çoklu regresyon modellerinin 4 değişken için tüm kombinasyonları ile tek tek incelendiğinde, sabit terimleri olmak koşuluyla R^2 değeri en büyük olan en iyi modelin x_1, x_3, x_4 ve x_6 bağımsız değişkenleri üzerine kurulu modeli olduğu görülmektedir. Bu değişkenler ile tekrar

Ridge ve çoklu regresyon tahminlerini yapıldığında elde edilen sonuçlar Tablo.4'te gösterilmiştir. 4 değişken üzerine kurulan yeni modelde Ridge regresyonu için tüm değişkenlere ait koşul sayılarının 25'ten küçük ya da öz değerleri sıfırdan farklı ve VIF'lerin 10'dan küçük olduğu görülür, ancak R^2 değeri daha da küçülmüştür. Ayrıca çoklu regresyon için 4 öz değerin sıfırdan farklı ya da 4 değişkenin koşul sayısının 25'ten küçük olduğu ve tüm VIF'lerin 10'dan küçük olduğu görülür, ancak R^2 değeri büyümesine rağmen yine de oldukça küçüktür.

Tablo 3. k = 0,090000 için Ridge ve En Küçük Kareler Kestiricileri

Bağımsız Değişkenler	Ridge katsayıları	Ridge Standard Hataları	Standart.Ridge katsayıları	VIF	EKK katsayıları	EKK Standard	Standart. EKK Katsayıları	VIF
Sabit	0,0121				0,012			
HB (x_1)	-0,0003	0,00174	-0,0472	0,9755	-0,0003	0,001	-0,049	VIF<10
TR (x_2)	-0,0088	0,00762	-0,2531	0,8963	-0,009	0,008	-0,274	
BPP(x_5)	-0,0076	0,00484	-0,3490	0,9324	-0,008	0,005	-0,378	
KDT (x_6)	0,00173	0,00187	0,2272	1,1245	0,001	0,002	0,230	
R^2	0,3623				0,385			

Tablo 4. k = 0,090000 için Ridge ve En Küçük Kareler Kestiricileri

Bağımsız Değişkenler	Ridge katsayıları	Ridge Standard	Standart.Ridge Katsayıları	VIF	EKK katsayıları	EKK Standard Hataları	Standart. EKK Katsayıları	VIF
Sabit	0,00972				0,0037			
HB (x_1)	0,00231	0,002	0,3033	1,301	0,009	0,0044	1,223	VIF<10
DT (x_3)	0,00356	0,002	0,4365	1,256	0,011	0,0047	1,394	
HST (x_4)	-0,0006	0,004	-0,0339	1,084	0,003	0,0055	0,186	
KDT (x_6)	0,00599	0,002	0,7832	1,296	0,013	0,0042	1,713	
R^2	0,2707				0,479			

Rigde regresyon modeline en küçük korelasyona sahip değişkenlerin atılması ile devam edilebilir, ancak 4 değişken üzerine kurulan modelde dahi R^2'nin oldukça küçük olması diğer modellerde daha da azalacağı için anlamını yitirmektedir. Bu nedenle diğer modeller üzerinde benzer çalışma yapılmamıştır.

2.Fon - Gelir Amaçlı Uluslararası Karma Emeklilik Yatırım Fonu

2. fon olarak seçilen "Gelir Amaçlı Uluslararası Karma Emeklilik Yatırım Fonunun" içerikleri,

x_1: Ters Repo en az % 0, en fazla % 20,

x_2: Y.SGMK en az % 0, en fazla % 80,

x_3: Yabancı Hisse Senetleri en az % 20, en fazla % 80,

x_4: Borsa Para Piyasası İşlemleri (BPP) en az % 0, en fazla % 20,

x_5: Yabancı Devlet Kağıtları en az % 20, en fazla % 80,

Fon portföyünün minimum % 80'lik kısmı, her birinin değeri fon portföyünün % 20'sinden az olmayacak şekilde, yabancı hisse senetleri ve yabancı borçlanma araçlarından, yani $x_2 + x_3 + x_5$ en az % 80, en fazla % 100 olmak zorundadır. Seçilen fonun bileşen kısıtlarından Yabancı Devlet Kağıtları iç tüzük gereği en az % 20, en fazla % 80 olarak tanımlanmış iken Scheffé karma denemeler yöntemi uygulanırken modelin uygulanabilmesi için en az % 0, en fazla % 80 olarak değiştirilmiştir.

Tablo 5. Gelir Amaçlı Uluslar Arası Karma Emeklilik Yatırım Fonu

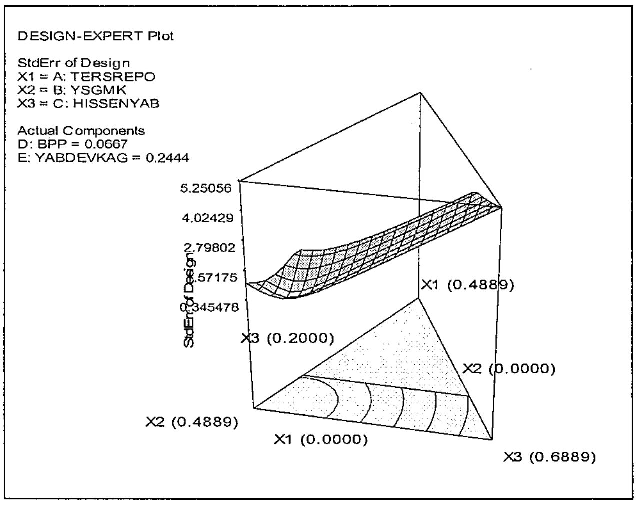
Aylar	Ay Sonu Fon Fiyatı (YTL) (y)	Ters Repo (x_1)	Y:SGMK (x_2)	Hisse Senetleri Yabancı (x_3)	BPP (x_4)	Yabancı Devlet Kağıtları (x_5)
Eylül 2003	0,010399	0,1349	0,6295	0,2356	0,000	0,0000
Ekim 2003	0,009994	0,0482	0,6837	0,2681	0,000	0,0000
Kasım 2003	0,009920	0,0467	0,6918	0,2615	0,000	0,0000
Aralık 2003	0,010028	0,0438	0,0000	0,2684	0,000	0,6878
Ocak 2004	0,009584	0,0000	0,5883	0,2726	0,139	0,0000
Şubat 2004	0,009554	0,0000	0,1215	0,2704	0,151	0,4563
Mart 2004	0,009417	0,0000	0,0000	0,2699	0,135	0,5948
Nisan 2004	0,009909	0,0000	0,0000	0,2772	0,155	0,5671
Mayıs 2004	0,010360	0,0000	0,0000	0,2722	0,163	0,5647
Haziran 2004	0,010291	0,0000	0,0000	0,2432	0,121	0,6357
Temmuz 2004	0,010085	0,0000	0,0000	0,2241	0,171	0,6046
Ağustos 2004	0,010373	0,0000	0,0000	0,2247	0,164	0,6111
Eylül 2004	0,010435	0,0000	0,0000	0,2252	0,158	0,6167
Ekim 2004	0,010392	0,0000	0,0000	0,2147	0,164	0,6206
Kasım 2004	0,010421	0,0000	0,0000	0,2180	0,155	0,6270
Aralık 2004	0,010051	0,0000	0,0000	0,2244	0,135	0,6406
Ocak 2005	0,009661	0,0000	0,0000	0,2244	0,125	0,6497

Gelir Amaçlı Uluslararası Karma Emeklilik Yatırım Fonuna ait Eylül 2003-Ocak 2005 arasında bileşenlerin aylık ortalama oranları Tablo 5'te verilmiştir. Gelir Amaçlı Uluslararası Karma Emeklilik Yatırım Fonunun (12) denklemine uygun Scheffé karma modeli Design Expert programı ile,

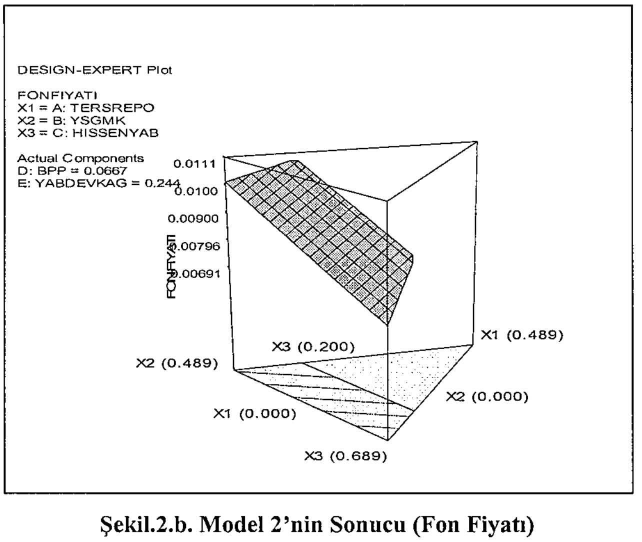
Model 2.

$$y = 0{,}016547^*x_1 + 0{,}011360^*x_2 + 0{,}004702^*x_3$$
$$(0{,}002983) \quad (0{,}000478) \quad (0{,}002660)$$
$$+ 0{,}012412^*x_4 + 0{,}011642^*x_5$$
$$(0{,}001421) \quad (0{,}000407)$$

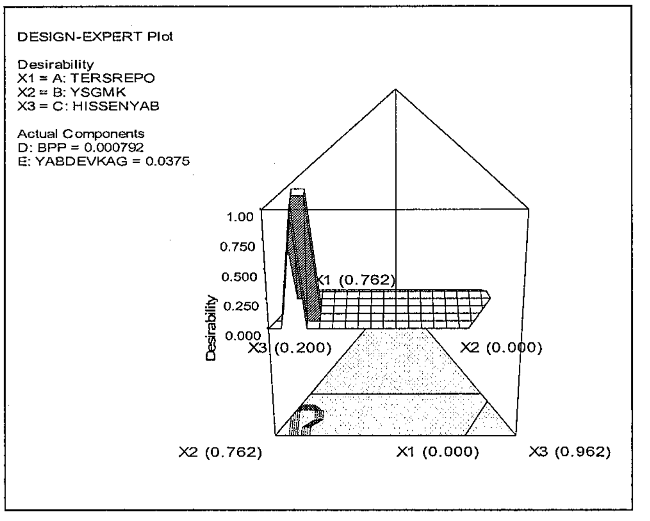
olarak bulunmuştur. Bu model için, $R^2 = 0{,}4152$ ve düzeltilmiş $R^2 = 0{,}2203$, $(x'x)^{-1}$ matrisinin köşegen elemanlarının toplamı 205,073 ve katsayı matrisinin koşul sayısı 83,253 bulunur. Buradan R^2'nin düşük olması, $(x'x)^{-1}$ matrisinin köşegen elemanlarından oluşan VIF varyans büyütme faktörlerinin toplamının 5 değişken için 50'den büyük olması ve katsayı matrisinin koşul sayısının 25'ten büyük olması modelin uygun olmadığını gösterir.



Şekil.2.a. Model 2'nin Sonucu (Standart Hatalar)



Şekil.2.b. Model 2'nin Sonucu (Fon Fiyatı)



Şekil.2.c. Model 2'nin Sonucu (Önerilen Fon Fiyatı)

Model için, elde edilen sonuçların standart hataları, Fon fiyatları ve önerilen fon fiyatlarının grafikleri Şekil.2'de gösterilmiştir. Bu fon için (13) denklemine uygun 2. dereceden, (14) denklemine uygun 3. dereceden ve (15) denklemine uygun özel 3. dereceden Scheffé modelleri oluşturulmuş, fakat uygun modeller olmadıkları için modeller ve sonuçlarına burada yer verilmemiştir. Sonuç olarak, bu fon için Scheffé karma modelleri uygun tasarımlar oluşturmamaktadır. Alternatif model olarak Ridge Regresyon modeli incelenmelidir.

Gelir Amaçlı Uluslararası Karma Emeklilik Yatırım Fonunun (6) denklemine uygun sabit terimli çoklu regresyon modeli Model 2.1. olarak düşünülür ise en küçük kareler kestiricileri ile,

Model 2.1.

$$y = 0{,}011642 + 0{,}004905^*x_1 - 0{,}0002825^*x_2 - {,}006940^*x_3$$
$$(0{,}004252) \quad (0{,}000412) \quad (0{,}003784)$$
$$+ 0{,}0007699^*x_4 + 0{,}000^*x_5$$
$$(0{,}002325) \quad (0{,}000)$$

şeklinde bulunur. Bu model için, $R^2 = 0{,}4152$ ve düzeltilmiş $R^2 = 0{,}1494$, $(x'x)^{-1}$ matrisinin köşegen elemanları olan VIF'ler sırasıyla x_1 için 184,8147, x_2 için 1,7383, x_3 için 146,3978, x_4 için 55,2757 ve x_5 için 0,000 dır. λ_j öz değerleri ise λ_1=3,347147; λ_2=0,954133; λ_3=0,548242; λ_4=0,150478 ve λ_5=0,000000 olarak elde edilir. Buradan R^2'nin düşük olması, $(x'x)^{-1}$ matrisinin köşegen elemanlarından oluşan VIF varyans büyütme faktörlerinden bazılarının 10'dan büyük olması ve sıfırdan farklı öz değerin 4 olması bağımsız değişkenler arasında iç ilişkinin olduğunu ve Model 2.1.'in uygun bir model olmadığını ortaya koyar.

Gelir Amaçlı Uluslararası Karma Emeklilik Yatırım Fonunun (6) denklemine uygun Model 2.2. k=0,090 için sabit terimli Ridge regresyon modeli olarak düşünülür ise,

Model 2.2.

$$y = 0{,}0115423 + 0{,}003777{*}x_1 - 0{,}0001378{*}x_2$$

$$(0{,}002920) \quad (0{,}000189)$$

$$- 0{,}006605{*}x_3 + 0{,}0004263{*}x_4 + 0{,}000110{*}x_5$$

$$(0{,}003364) \quad (0{,}001534) \quad (0{,}000205)$$

şeklinde bulunur. Bu model için, $R^2 = 0{,}3733$, $(x'x)^{-1}$ matrisinin köşegen elemanları olan VIF'ler sırasıyla x_1 için 1,6448, x_2 için 0,4309, x_3 için 0,9646, x_4 için 1,6000 ve x_5 için 0,4663 dır. λ_j öz değerleri ise $\lambda_1 = 3{,}347147$; $\lambda_2 = 0{,}954133$; $\lambda_3 = 0{,}548242$; $\lambda_4 = 0{,}150478$ ve $\lambda_5=0{,}000000$ elde edilir.. Buradan R^2'nin düşük olması, $(x'x)^{-1}$ matrisinin köşegen elemanlarından oluşan VIF varyans büyütme faktörlerinin 10'dan küçük olmasına karşın sıfırdan farklı 4 öz değerin olması bağımsız değişkenler arasında iç ilişkinin olduğunu ve Model 2.2.'in uygun olmadığını ortaya koyar. y bağımlı değişkeni ile en düşük korelasyona sahip x_4 değişkenini sistem dışı tutarak tekrar Ridge ve çoklu regresyon tahminleri yapıldığında Tablo.6'daki sonuçlar elde edilir. Ridge regresyonu için bazı değişkenlere ait koşul sayılarının 25'ten küçük veya öz değerlerinin sıfırdan farklı ve VIF'lerin 10'dan küçük olduğu görülmekle birlikte R^2 değeri oldukça küçüktür. Buna karşın çoklu regresyon için 3 öz değerin sıfırdan farklı ya da 3 değişkenin koşul sayısının 25'ten küçük olduğu ve bazı VIF'lerin 10'dan büyük olduğu, ancak R^2 değerinin yine oldukça küçük olduğu görülür.

Tablo.6. k = 0,090000 için Ridge ve En Küçük Kareler Kestiricileri

Bağımsız Değişkenler	Ridge katsayıları	Ridge Stan. Hataları	Standart.Ridge katsayıları	VIF	EKK katsayıları	EKK Standard. Hataları	Standart. EKK Katsayıları	VIF
Sabit	0,0116				0,0124			Bazı VIF>10
TR(x_1)	0,0032	0,0024	0,3438	1,2448	0,0041	0,0024	0,433	
YSG(x_2)	-0,0001	0,0002	-0,1503	0,7681	-0,0010	0,0002	-0,834	
HSB(x_3)	-0,0068	0,0031	-0,4755	0,9458	-0,0077	0,0031	-0,537	
YDT(x_5)	0,000(	0,0002	0,0665	0,7912	-0,0007	0,0002	-0,611	
R^2	0,370				0,4152			

Tablo.6 ile oluşturulan Ridge regresyon modelinde y bağımlı değişkeni ile en düşük korelasyona sahip x_2 değişkenini sistem dışı tutarak tekrar Ridge ve çoklu regresyon tahminleri yapıldığında elde edilen sonuçlar Tablo.7'de verilmiştir. 3 değişken üzerine kurulan yeni modelde Ridge regresyonu için tüm değişkenlere ait koşul sayılarının 25'ten küçük veya öz değerleri sıfırdan farklı ve VIF'lerin 10'dan küçük olduğu görülür, ancak R^2 değeri oldukça küçüktür. Ayrıca çoklu regresyon için 3 öz değerin sıfırdan farklı ya da 3 değişkenin koşul sayısı 25'ten küçük ve tüm VIF'ler 10'dan küçük olmasına karşın, R^2 değeri yine oldukça küçüktür.

Rigde regresyon modeline en küçük korelasyona sahip değişkenlerin azaltılması ile devam edilebilir, ancak 3 değişken üzerine kurulan modelde dahi R^2'nin oldukça küçük olması diğer modellerde daha da azalacağı için anlamını yitirmektedir. Bu nedenle diğer modeller üzerinde çalışma yapılmamıştır.

Tablo.7. k = 0,090000 için Ridge ve En Küçük Kareler Kestiricileri

Bağımsız Değişkenler	Ridge katsayıları	Ridge Stand. Hataları	Stan. Ridge katsayıları	VIF	EKK katsayıları	EKK Standart Hataları	Stan. EKK Katsayıları	VIF
Sabit	0,0115				0,0116			VIF < 10
TR (x_1)	0,0030	0,0022	0,3245	1,1607	0,0036	0,002	0,383	
HSY(x_3)	-0,0068	0,0030	-0,477	0,9412	-0,0073	0,003	-0,509	
YDT(x_5)	0,0002	0,0003	0,1913	0,2755	-0,0002	0,0003	-0,233	
R^2	0,3666				0,4037			

3. Fon-Gelir Amaçlı Kamu Borçlanma Araçları Emeklilik Yatırım Fonu

3. fon olarak alınan "Gelir Amaçlı Kamu Borçlanma Araçları Emeklilik Yatırım Fonunun" içerikleri,

x_1: Hazine Bonosu en az % 0, en fazla % 100,

x_2: Ters Repo en az % 0, en fazla % 100,

x_3: Devlet Tahvili en az % 0, en fazla % 100,

x_4: Borsa Para Piyasası İşlemleri (BPP) en az % 0, en fazla % 20,

x_5: Kuponlu Devlet Tahvili en az % 0, en fazla % 100,

Fon portföyünün minimum % 80'lik kısmı ters repo dahil devlet iç borçlanma araçlarından olmak zorundadır. Bu fona ait Eylül 2003- Ocak 2005 bileşenlerin aylık bağıl oranları Tablo.8'de verilmiştir.

Tablo.8. Gelir Amaçlı Kamu Borçlanma Araçları Emeklilik Yatırım Fonu

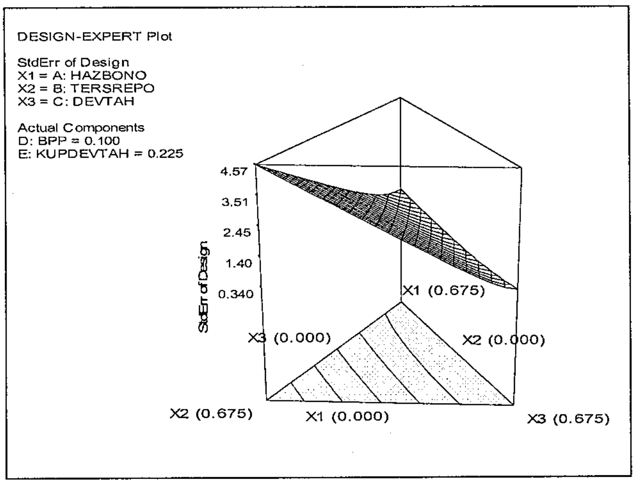
Aylar	Ay Sonu Fon Fiyatı (YTL) (y)	Hazine Bonosu (x_1)	Ters Repo (x_2)	Devlet Tahvili (x_3)	BPP (x_4)	Kup. Devlet Tahvili (x_5)
Eylül 2003	0,010609	0,2443	0,1926	0,5631	0,0000	0,000
Ekim 2003	0,010041	0,2675	0,0000	0,6007	0,1318	0,000
Kasım 2003	0,010271	0,2675	0,0000	0,6249	0,1076	0,000
Aralık 2003	0,010665	0,0000	0,0000	0,7680	0,0356	0,196
Ocak 2004	0,010901	0,4505	0,0000	0,3344	0,0000	0,215
Şubat 2004	0,011224	0,3600	0,0000	0,4230	0,0418	0,175
Mart 2004	0,011566	0,0000	0,0000	0,6195	0,0534	0,327
Nisan 2004	0,011749	0,0934	0,0000	0,4576	0,1165	0,332
Mayıs 2004	0,011827	0,3341	0,0000	0,3463	0,1699	0,149
Haziran 2004	0,012077	0,0000	0,0000	0,8060	0,0868	0,107
Temmuz 2004	0,012409	0,0000	0,0000	0,7071	0,0173	0,275
Ağustos 2004	0,012762	0,0000	0,0000	0,6428	0,0043	0,352
Eylül 2004	0,013055	0,0826	0,0000	0,3983	0,0072	0,511
Ekim 2004	0,013531	0,5353	0,0000	0,1744	0,0022	0,288
Kasım 2004	0,013656	0,0000	0,0000	0,4875	0,0792	0,433
Aralık 2004	0,014420	0,1205	0,0000	0,4039	0,0076	0,468
Ocak 2005	0,014827	0,1347	0,0000	0,4970	0,0067	0,361

Gelir Amaçlı Kamu Borçlanma Araçları Emeklilik Yatırım Fonunun (12) denklemine uygun Scheffé karma modeli,

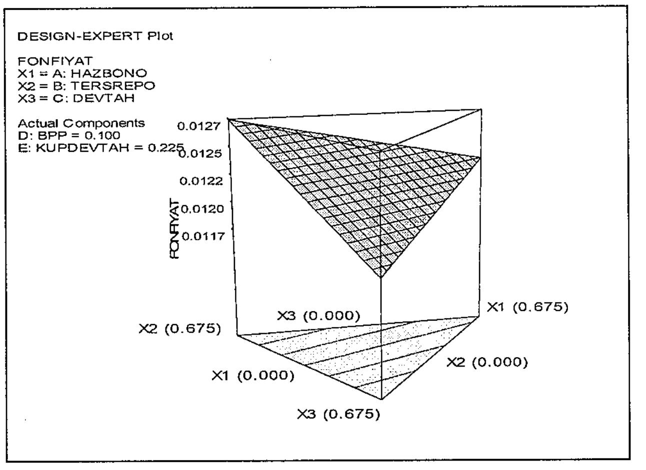
Model 3.

$$y = 0{,}0109 * x_1 + 0{,}0116 * x_2 + 0{,}0101 * x_3$$
$$(0{,}00127) \quad (0{,}00612) \quad (0{,}00098)$$
$$+ 0{,}0092 * x_4 + 0{,}0176 * x_5$$
$$(0{,}00516) \quad (0{,}00142)$$

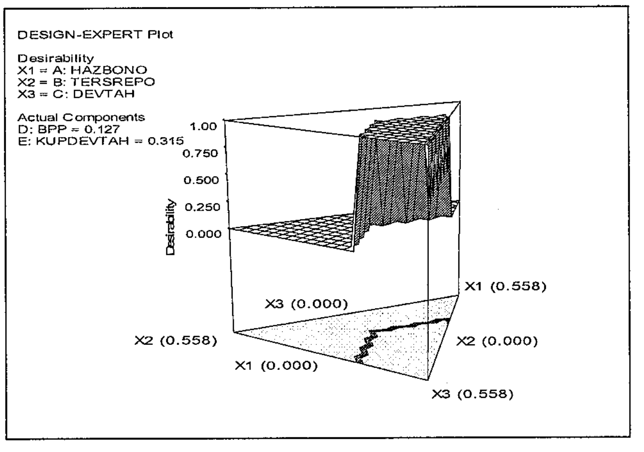
şeklinde bulunur.



Şekil.3.a. Model 3'ün Sonucu (Standart Hatalar)



Şekil.3.b. Model 3'ün Sonucu (Fon Fiyatı)



Şekil.3.c. Model 3'ün Sonucu (Önerilen Fon Fiyatı)

Bu model için, $R^2 = 0{,}649$ ve düzeltilmiş $R^2 = 0{,}532$, $(x'x)^{-1}$ matrisinin köşegen elemanlarının toplamı 50,52 ve katsayı matrisinin koşul sayısı 23,25'tir. Buradan R^2'nin yüksek olması, $(x'x)^{-1}$ matrisinin köşegen elemanlarından oluşan VIF varyans büyütme faktörlerinin toplamının 5 değişken için 50 olması ve katsayı matrisinin koşul sayısının 25'ten küçük olması modelin uygun olduğunu gösterir. Dolayısıyla bu fon için doğrusal Scheffé karma modelleri uygun tasarımlar oluşturmaktadır. Design Expert programı ile elde edilen sonuçlar Şekil 3'te gösterilmiştir. Bu fon için (13) denklemine uygun 2. dereceden, (14) denklemine uygun 3. dereceden ve (15) denklemine uygun özel 3. dereceden Scheffé modelleri kurulmuş, ancak uygun modeller olmadıkları görüldüğü için bu modellere ve sonuçlarına burada yer verilmemiştir.

Gelir Amaçlı Kamu Borçlanma Araçları Emeklilik Yatırım Fonunun (6) denklemine uygun olarak bu fon sabit terimli çoklu regresyon ile modellenir ise, modelde x_5'in katsayısının 0 olduğu görülecektir. Model x_5 dışarıda bırakılarak en küçük kareler kestiricileri ile,

Model 3.1.

$$y = 0{,}017643 - 0{,}006783^*x_1 - 0{,}006137^*x_2$$
$$(0{,}002203) \quad (0{,}005889)$$
$$- 0{,}007467^*x_3 + 0{,}008571^*x_4$$
$$(0{,}002312) \quad (0{,}005020)$$

şeklinde bulunur. Bu model için, $R^2 = 0{,}6552$ ve düzeltilmiş $R^2 = 0{,}5402$ olup, $(x'x)^{-1}$ matrisinin köşegen elemanları olan VIF'ler sırasıyla x_1 için 4,6519, x_2 için 33,2343, x_3 için 5,1237 ve x_4 için 24,1536'dır. λ_i öz değerleri ise $\lambda_1 = 1{,}7294$; $\lambda_2 = 1{,}2312$; $\lambda_3 = 0{,}8082$; $\lambda_4 = 0{,}2351$'dir. Buradan R^2'nin yüksek olması, $(x'x)^{-1}$ matrisinin köşegen elemanlarından oluşan VIF varyans büyütme faktörlerinden ikisinin 10'dan büyük olmasına karşın koşul sayılarının tümünün 25'ten küçük ve sıfırdan farklı 4 öz değerin olması bağımsız değişkenler arasında iç ilişkinin kabul edilebilir düzeyde olduğunu ve Model 3.1.'in uygun olduğunu kanıtlar.

IV. SONUÇLAR

Genel olarak bakıldığında bireysel emeklilik fonlarında değişkenler arasında kısıtlar arttıkça kurulan model yapıları çerçevesinde Scheffé karma modellerinin geçersiz olduğu görülmektedir. Yoğun kısıtlardan oluşan Büyüme Amaçlı Esnek Emeklilik Yatırım Fonu ve Gelir Amaçlı Uluslararası Karma Emeklilik Yatırım Fonu için Scheffé karma modellerinin yetersiz oldukları görülmektedir. Scheffé karma modellerinin geçerli olmadığı durumda alternatif model olarak önerilen Ridge Regresyon modeli bu iki fon için incelendiğinde bazı değişkenler üzerine kurulan modellerin tutarlı, bazı değişkenler üzerine kurulan modellerin tutarsızlığını sürdürdüğü görülmektedir. Ridge modelleri dışında, fonlar sabit terimli çoklu regresyon modelleri olarak düşünüldüğünde de yine geçerli modeller oluşturmadıkları görülür. Ancak değişkenler arası daha az kısıda sahip Gelir Amaçlı Kamu Borçlanma Araçları Emeklilik Yatırım Fonu için doğrusal Scheffé karma modelinin uygun olduğu görülmektedir. Bu fon için sabit terimli çoklu regresyon modelinin geçerli olup olmadığı araştırıldığında da modelin uygun olduğu görülmektedir. Dolayısıyla Bireysel Emeklilik Fonlarında değişkenler arası kısıtlar arttıkça Scheffé karma modellerinin yetersiz kaldığı, kısıtlar azaldıkça uygun modeller oldukları görülmektedir. Scheffé karma modellerinin yukarıdaki koşullar ışığında fonlar için önerdiği en iyi içerik oranları Tablo.9, Tablo.10 ve Tablo.11'de gösterilmiştir.

Tablo. 9. Büyüme Amaçlı Esnek Emeklilik Yatırım Fonu İçin Önerilen İçerik Oranı

Büyüme Amaçlı Esnek Emeklilik Yatırım Fonu				
Yatırım aracı	Düzeyi (%)	Alt Sınır (%)	Üst Sınır (%)	S. Sapma
Haz. Bonosu	28	0	100	0
Ters Repo	10	0	50	0
Dev.Tahvili	18	0	100	0
T.His. Sen.	10	0	50	0
Borsa Pi. İş. (BPP)	06	0	20	0
Kup. Dev. Tah.	28	0	100	0
Tahmini Fon Fiyatı:	0,012433	**SE Mean = 0,0013**	**95% CI low =0,0095**	**95% CI high** =0.015
		SE Pred =0,0017	**95% PI low =0,0086**	**95%PI high** =0.016

Tablo.10. Gelir Amaçlı Uluslararası Karma Emeklilik Yatırım Fonu İçin Önerilen İçerik Oranı

Gelir Amaçlı Uluslararası Karma Emeklilik Yatırım Fonu				
Yatırım aracı	Düzeyi (%)	Alt Sınır (%)	Üst Sınır (%)	S.Sapma
Ters Repo	6,67	0	20	0
YSGMK	22,2	0	80	0
His. Sen. Ya.	40	20	80	0
Borsa Piy. İş. (BPP)	6,67	0	20	0
Y. Dev.Kağ.	24,4	0	80	0
Tahmini Fon Fiyatı:	0,00918	**SE Mean** =0,00061	**95% CI low** =0,00786	**95%CI high**=0,010
		SE Pred =0,00068	**95% PI low** =0,00771	**95%PI high** =0,0107

Tablo 11. Gelir Amaçlı Kamu Borçlanma Araçları Emeklilik Yatırım Fonu İçin Önerilen İçerik Oranı

Gelir Amaçlı Kamu Borçlanma Araçları Emeklilik Yatırım Fonu				
Yatırım aracı	Düzeyi (%)	Alt Sınır (%)	Üst Sınır (%)	S.Sapma
Haz. Bon.	22,5	0	100	0
Ters Repo	22,5	0	100	0
Dev. Tah.	22,5	0	100	0
Borsa Piy. İş. (BPP)	10,0	0	20	0
Ku.Dev.Tah.	22,5	0	100	0
Tahmini Fon Fiyatı:	0,0122	**SE Mean** = 0,00159	**95% CI low** = 0,00878	**95%CI high** =0,015
		SE Pred = 0,00187	**95%PI low** =0,00817	**95%PI high** =0,0163

Sonuç olarak, incelenen modeller doğrultusunda Bireysel Emeklilik Fonlarının içeriğini oluşturan yatırım araçlarının karşılıklı çarpımlarından oluşan (13), (14) ve (15) denklemleri ile verilen modeller geçersizliğini korurken (6) ve (12) denklemlerinden oluşan modellerin daha tutarlı yapılar oluşturdukları görülmektedir.

Dolayısıyla, Bireysel Emeklilik Fonlarının modellenmesi için kurulan yapılar çerçevesinde yoğun kısıtların olduğu durumlarda Scheffé karma modelleri dışındaki modellerle, kısıtların az olduğu durumlarda ise Scheffé karma modelleri ile çalışmalar yapılmalıdır.

YARARLANILAN KAYNAKLAR

[1] Juran, J.M. & Gryna, F.M. (1981). *Planning and Analysis of Quality*. 2nd Ed. New York: McGraw-Hill.

[2] Cornell, J.A. (1990). *Experiments With Mixtures*. 2nd Ed. New York: John Wiley & Sons.

[3] Draper, N.R. & Pulkelsheim, F. (2002). Generaized Ridge Analysis Under Linear Restrictions with particular Applications to Mixture Experiments Problems. *Technometrics*, 44(3), 250-258. (www.math.uni-augsburg.de/stochastik/pukelsheim/2002a.pdf) [07.04.2005].

[4] Scheffé, H. (1958). Experiments with Mixtures. *Journal of The Royal Statistical Society*. Series B, 20(2), 344-360.

[5] Crosier, B.R. (1984). Mixture Experiments: Geometry and Pseudocomponents. *Technometrics*, 26(3), 209-216.

[6] Steiner, S.H. & Hamada, M. (1997). Making Mixture Robust to Noise Factors and Mixing Measurement Errors. *Journal of Quality Technology*, 29(4), 441-450, (www.stats.uwaterloo.ca/~shsteine/papers/mix.pdf). [07.04.2005].

[7] Piepel, G.F. (1983). Defining Consistent Regions in Mixture Experiments. *Technometrics*, 25(1), 97-101.

[8] Claringbold, P.J. (1955). Use of the Simplex Design in the Study of the Join Action of Related Hormones. *Biometrics*, 11(2), 174-185.

[9] Gorman, J.W. (1970). Fitting Equations to Mixture Data With Restraints on Compositions. *Journal of Quality Technology*, 2(4), 186-194.

[10] Marquart, D.W. (1970). Generalized Inverses Ridge Regression Biased Linear Estimation and Nonlinear Estimation. *Technometrics*, 12(3), 591-612.

[11] Orhunbilge, N. (1996). *Uygulamalı Regresyon ve Korelasyon Analizi*. İ.Ü. İşletme Fakültesi Yayın No: 267, İstanbul: İ. Ü. İşletme Fakültesi İşletme İktisadı Yayın No: 159.

[12] Myers, R.H. (1990). *Classical and Modern Regression with Applications*. 2nd Ed. Boston: PWS Kent.

[13] Freund, R.J. & Littell, R.C. (1986). *SAS System Linear Regression*. (Ed.: Cary, N.C.). USA: SAS Institute Inc.

[14] Petraitis, P.S. (1996). How can we compare the importance of ecological processes if we never ask, 'Compared to what?' *Issues and Perspectives in Experimental Ecology* (Eds.: Resitarits, W. & Bernardo, J.). New York: Oxford University Press.

[15] Draper, N.R. & Smith, H. (1981). *Applied Regression Analysis*. New York: John Wiley & Sons, Inc.

[16] Freund, R.P. & Minton, P.D. (1979). *Regression Methods: A Tool for Data Analysis*. New York: Marcel Dekker, Inc.

[17] Wetherill, G.B.; Duncombe, P.; Kollerstrom, J.; Kenward, M.; Paul, S.R. & Vowden, B.J. (1986). *Regression Analysis with Applications*. London: Chapman and Hall.

[18] Berry, W.D. & Feldman, S. (1985). *Multiple Regression in Practice*. Beverly Hills: Sage Publications.

[19] Laviolette, M. (1994). Linear regression: The computer as a teaching tool. *Journal of Statistical Education*, 2(2), (http://www.amstat.org/publications/jse/v2n2/laviolette.html). [13.02.2005].

[20] Hoerl, A.E. (1959). Optimum Solution of Many Variables Equations. *Chemical Engineering Progress*, 55(11), 69-78.

[21] Hoerl, A.E. (1962). Applications of Ridge Analysis to Regression Problems. *Chemical Engineering Progress*. 58(3), 54-59.

[22] Hoerl, A.E. (1964). Ridge Analysis. *Chemical Engineering Progress Symposium Series*, 60(1), 67-77.

[23] Hoerl, R.W. (1985). Ridge Analysis 25 Years Later, *The American Statisticia*, 39(3), 186-192. (http://www.stat.ncsu.edu/info/jse/homepage.html). [07.04.2005].

[24] Draper, N.R. (1963). Ridge Analysis of Response Surfaces. *Technometrics*, 5(3), 469-479.

[25] Myers, R.H., & Carter, W.H.Jr. (1973). Response Surface Techniques for Dual Response Systems. *Technometrics*. 15(2), 301-317.

Nursel Selver RÜZGAR (nruzgar@marmara.edu.tr) received the B.Sc. degree in Mathematics Education from Marmara University, Istanbul, in 1983, M.Sc. degree in Mathematics from Istanbul Technical University, Istanbul in 1989, and Ph.D. degree in Quantitative Methods from Istanbul University, Istanbul, in 1998. She Received Associate Professor Degree in Quantitative Methods in the School of Business Administration in 2006. She started to work at Bogazici University as research assistant in 1985, then, while working 8 years in private high schools as mathematics teacher, she also had part time position at Marmara University and Mimar Sinan University. In 1996, she had full time position at Marmara University and now, she is an Assistant Professor of Electronics & Computer Education Department of Marmara University. Her research interests include simulation, operation research, fuzzy logic, statistical applications, distance education and mathematics education.