

Makale

Eliptik Jet Akışlarının Sayısal Analizi

Mustafa Atmaca

Marmara Üniversitesi, TEF, Makina Eğt.Böl. Göztepe Kampüsü, 34722 İSTANBUL

Özet

Bu sayısal çalışmada, farklı elips oranlı kesite sahip jet akışları Standart k-e türbülans metodu yardımıyla çözümlenmiştir. Sürekli şartlardaki üç boyutlu kütlelen korunumu, türbülanslı momentum, türbülanslı enerji, türbülans kinetik enerjisi ve türbülans kinetik enerjisinin yayılım oranı denklemleri, tanımlanan sınır şartlarıyla birlikte sayısal akışkanlar dinamiği (SAD) kullanılarak çözülmüştür

Hesaplamalar sonucu farklı istasyonlarda elde edilen verilerle, akış profilinin hız dağılımları gösterilmiştir. Ayrıca her bir elips kesitli jet için hız konturları gösterilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Jet akışları, elips, SAD

1.Giriş

Sayısal yöntemlerin günümüzde mühendislik problemlerinin çözümünde çok daha yaygın olarak kullanılması analitik olarak elde edilemeyen karmaşık diferansiyel denklemlerin çözümünde önemli kolaylık sağlamaktadır. Öte yandan deneysel çalışmalar yapmanın pahalı ve zaman alıcı olması, sayısal yöntemlerin ekstra bir masrafa gerek duyulmaksızın birçok şartlar altında, büyük ve değişik geometrilerde sonuçlar üretebilmesi özellikle mühendisleri bu alana yöneltmiştir.

Hava jetleri, tekstil ve filmlerin kurutulmasında, gaz türbini kanatlarının ve yanma duvarlarının soğutulmasında v.b. birçok alanda kullanılmaktadır. Literatürde jet akışları ile ilgili yapılmış birçok çalışma bulunmaktadır, örneğin Haydar eren [1], iki boyutlu zamana bağlı akış alanında jetlerin etkileşimini sayısal olarak sonlu farklar metodunu kullanarak araştırmıştır. Sıkıştırılabilir kararsız akışlar için boyutsuz hareket denklemlerine The Crank–Nicholson implicit metodu uygulamıştır. Lineer cebirsel denklemleri çözmek için Successive Over Relaxation (SOR) metodunu kullanmıştır. Jet akışını çözmek için her durumda 0.5 ve 25 Reynolds sayıları için serbest jet, paralel jetler, zıt yönlü jetler ve çapraz jetler gibi dört farklı konuda çalışmıştır. Hız profillerini ve hız vektörlerini farklı durumlar için vermiştir. H.G. Lee , M.Y. Ha ve H.S. Yoon [2], yaptıkları çalışmada, uygulamalı manyetik alanın varlığında sınırlanmış (confined) jetlerde iki boyutlu olarak akış alanı ve ısı transferini araştırmışlardır. Sınırlanmış jetlerde akış alanı ve ısı transferini hesaplamak için farklı Reynolds sayılarında sayısal simülasyonlar yapmışlardır. X. Zhou, Z. Sun, F. Durst And G. Brenner [3], k-e türbülans modelini kararlı serbest jeti hesaplamak için sürüklenen atmosfer yüzeyi için basınç sınır şartlarını kullanarak uygulamışlardır. Bilgisayar hızını hızlandırmak için çoklu-ağ çözücü kullanarak basit metotla çözmüşlerdir. İzotermal jet akış, yayılma alevinin yanma jet akışı ve kısmi karıştırmalı alev, sırasıyla hızlı kimyasal reaksiyon varsayımı ve Eddy-Dissipation-Concept (EDC) modeli kullanılarak simüle edilmiştir. Sayısal sonuçlar teorik sonuçlarla karşılaştırılmıştır. Myung Ki Sung, Issam Mudawar [4], bir mikro kanal içerisine dar bir delikten jet çarpıtarak (jet impinging) yeni bir parçanın soğuma performansını incelemek için deneysel ve nümerik metodlar kullanmışlardır. Bu parçanın üç boyutlu ısı transfer özellikleri standart k-e türbülans modeli kullanılarak analiz edilmiştir. Sıvı PF-5052 için sayısal hesaplamalar, deneysel ölçümlerle çok iyi uyumluluk göstermiştir. M. Gradeck , A. Kouachi , A. Dani , D. Arnoult , J.L. Borean , [5] hareketli bir yüzey üzerine simetrik olmayan serbest jetin (impinging jet) çarpışını deneysel olarak çalışmışlardır. Deneysel verilerle sayısal simülasyonların karşılaştırılması, Star CD yazılımı kullanılarak sayısal işlemin geçerliliğini doğrulamak için yapılmıştır. Soğutma işleminin ısı transfer etkisi hidrodinamik alanla kontrol

edildiğinden dolayı, ilk amaç deneysel sonuçlarla sayısal sonuçların uyumunu kontrol etmektir. Nihayi amaç ise çelik yapımında haddeleme işlemini soğutmayı simüle etmektir.

Bu çalışmada farklı kesitlere sahip eliptik jetlerin akış alanının incelenmesi sonlu hacim yöntemi kullanılarak Fluent yazılımı ile gerçekleştirilmiştir.

2. Teorik Model Ve Denklemler

Reynolds Ortalama Navier Stokes (RANS) denklemleri ortalama hızlar (u,v,w) için hareket denklemleridir. Türbülans değişimleri Reynolds gerilmeleri ($-\rho uv, -\rho u^2, \dots$) yardımıyla momentum hareketine etki eder. Bir türbülans model Reynolds gerilmelerinin ve türbülanslı akışların özel bir ortalamasıdır. Akış oranını, basınç dağılımlarını ve sürüklenme katsayılarını hesaplamayı araştıran mühendisler için türbülans modelinin temel amacı, herhangi bir Reynolds gerilmesini iyi hesap etmesidir. Eğer türbülanslı hareket diğer kuvvetlere nazaran ihmal ediliyorsa o zaman yüksek kalite türbülans modeli gereksizdir. Diğer taraftan kayma gerilmesinin hesabının önemli olduğu temel akışlar vardır (Örneğin sınır tabaka ayrılması) bu tip akışlar için yüksek kalite türbülans modeli gerekir.

Sıkıştırılamaz, kararlı bir akış için Süreklilik ve x yönündeki momentum denklemleri şu şekildedir.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{dP}{dx} + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad (2)$$

Türbülanslı akış, akışın atalet kuvvetlerinin viskoz kuvvetlerinden yeterince fazla olduğu zaman ortaya çıkar. Türbülans, bir akış bölgesindeki her noktada ani hızın salınım göstermesi anlamına gelir. Dolayısıyla türbülanslı akış bölgesindeki hız aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$u(t) = \bar{u} + u'(t) \quad (3)$$

Zaman ortalamaları

$$\bar{u}' = \frac{1}{T} \int_i^{i+1} [u(t) - \bar{u}] dt = \frac{1}{T} \int_i^{i+1} u'(t) dt = 0 \quad (4)$$

Zaman ortalama Navier Stokes Denklemi

$$\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{dP}{dx} + \nu \left(\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2} \right) - \left(\frac{\partial \bar{u}'^2}{\partial x} + \frac{\partial \bar{u}'v'}{\partial y} + \frac{\partial \bar{u}'w'}{\partial z} \right) \quad (5)$$

Yukarda denklem (3)'de tanımlanan hız ifadesinin Navier-Stokes denklemlerine uygulanması sonunda ortaya Reynolds gerilmeleri terimlerini veren ifadeler çıkar

$$\sigma_x^R = -\frac{\partial}{\partial x} (\overline{\rho u' u'}) - \frac{\partial}{\partial y} (\overline{\rho u' v'}) \quad (6)$$

$$\sigma_y^R = -\frac{\partial}{\partial x}(\overline{\rho v' u'}) - \frac{\partial}{\partial y}(\overline{\rho v' v'}) \quad (7)$$

Eddy'nin türbülans akış teorisine göre, denklem (6) ve denklem (7)'de verilen Reynolds gerilmeleri denklem (8)'da ki gibi türbülans viskozitesi adı verilen bir katsayı ile ifade edilebilir.

$$-\overline{\rho uv} = \mu_t \frac{\partial u}{\partial y} \quad (8)$$

2.1 Standart k-ε Modeli

Belki de bilinen en yaygın model standart k-ε modelidir. Bu modele göre kullanılacak türbülans viskozitesi denklem (10)'da verilmiştir. Bu modelde türbülans kinetik enerjisi ve viskoz kaybolma terimleri kullanılmaktadır. Daimi akış için türbülans kinetik enerjisi denklemi,

$$\frac{\partial(\rho uk)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho vk)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho wk)}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial z} \right) + \mu_t \phi - \rho \varepsilon \quad (9)$$

$$\mu_t = C_\mu \cdot \rho \cdot \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (10)$$

Kinetik enerji (k), aşağıda denklem (11)'de ifade edilmiştir.

$$k = \frac{1}{2} (\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2}) \quad (11)$$

Denklem (9)'daki ϕ , viskoz kaybolma fonksiyonu olarak bilinir ve ifadesi aşağıda denklem (12)'de verilmiştir.

$$\phi = 2\mu \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right] + \mu \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \quad (12)$$

Ve türbülans kinetik enerji kaybolma miktarı denklemi,

$$\frac{\partial(\rho u \varepsilon)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v \varepsilon)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w \varepsilon)}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \right) + C_{1\varepsilon} \mu_t \frac{\varepsilon}{k} \phi - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (13)$$

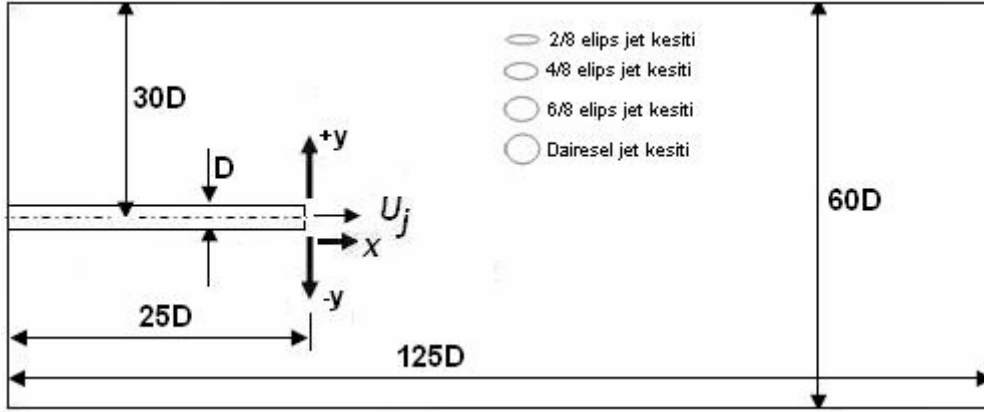
C_μ , $C_{1\varepsilon}$, $C_{2\varepsilon}$, σ_k ve σ_ε katsayıları sabit olup, $C_\mu=0.09$, $C_{1\varepsilon}=1.44$, $C_{2\varepsilon}=1.92$, $\sigma_k=1$ ve $\sigma_\varepsilon=1.3$ dür.[6]

3. Sayısal Hesaplama Detayları Ve Geometri

Bu çalışmada yapılan tüm simülasyonlar, üç boyutlu, süreksiz ve türbülanslı karakteristiği olan atmosferik sınır tabakası akımını modellemek amacıyla sonlu hacim yöntemi kullanılarak Fluent isimli yazılım ile yapılmıştır. Çözüm uzayı belli sayıda sürekli kontrol hacimlere bölünmüş ve daha sonra lineer olmayan korunum denklemleri her bir hesaplama hücresi için eşdeğer cebirsel denklemlere dönüştürülmüş ve ayrıklaştırıcı (segregated) çözücü ile çözümlenmiştir. Bu çözücü denklemleri birbirinden ayırmakta, ayrıklaştırılmış hallerini iteraktif olarak çözmektedir. Bu işlem sonunda her bir hesaplama hücresi için tek denklem olmak üzere, bir lineer denklem sistemi elde edilmiştir. Bu skaler denklem sistemi daha sonra Gauss-Seidel lineer denklem çözücü ve cebirsel çoklu ağ

metodunun (algebraic multigrid) birlikte kullanılmasıyla çözülmüştür. Simülasyonlar sırasında yoğunluk ve viskozite gibi akışkan özellikleri sabit tutulmuştur. Ayrıca simülasyonlar için yakınsama değeri 0.001 olarak alınmıştır.

Uygulamada kullanılan tüm geometriler için giriş şartları olarak üniform dağılımlı akış kabulü yapılmış olup, çıkış basıncının sıfıra eşdeğer olduğu kabulü yapılarak, jetlerin giriş hızı 30 m/s olarak alınmıştır.. Örnek olarak verilen geometrilerden bir elips kesitli jet akış alanının boyutları Şekil.1'de gösterilmiş olup diğer geometriler içinde benzer yaklaşımlar kullanılmıştır.

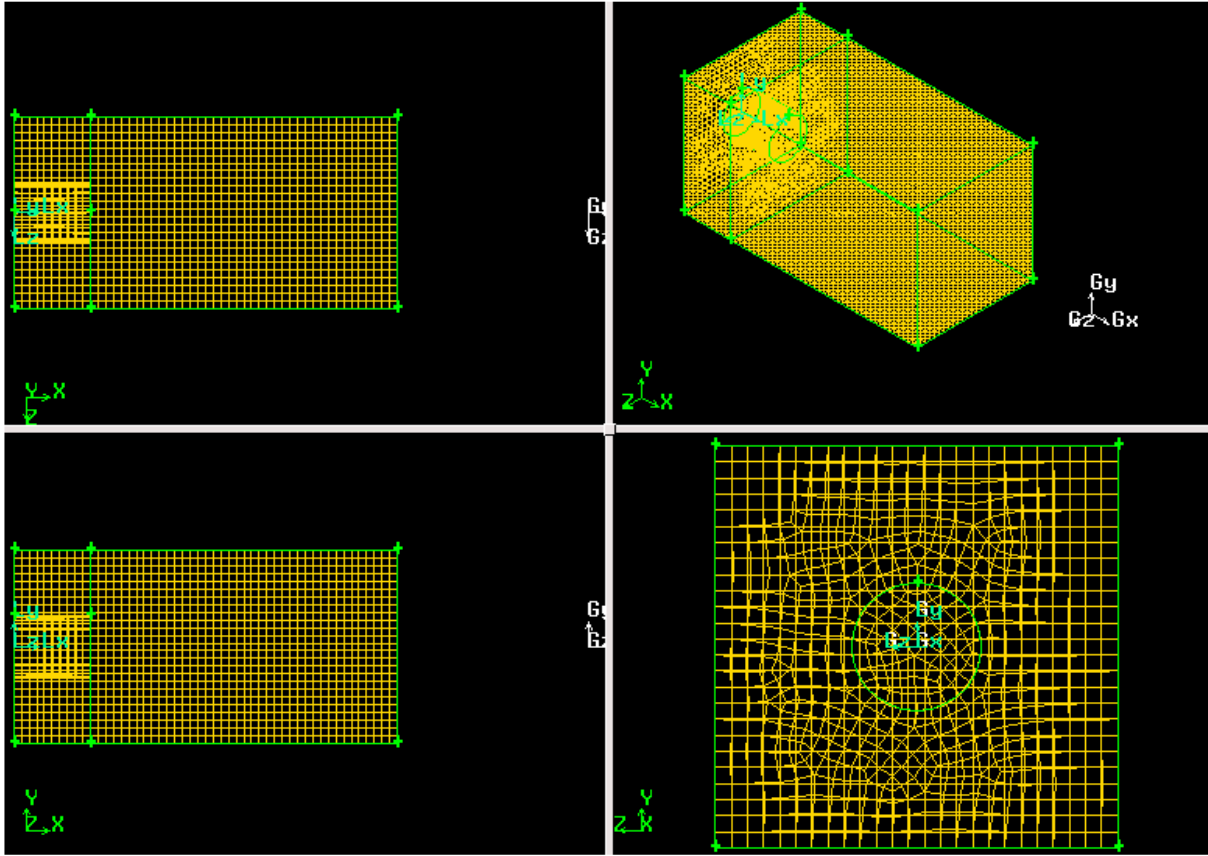


Şekil 1. Jet akışları için tasarlanan akış alanı kesiti

Fluent ortamında yapılan nümerik çözümlerde $60D \times 125D$ boyutlarına eşdeğer kılacak yapısız ağ oluşumu yaratılmıştır. Tüm geometriler için ağ, üç boyutlu hexagonal elemana sahip Fluent programının serbest ağ yöntemiyle oluşturulmuştur. Oluşturulan ağın eleman sayısı ise her geometride farklılık göstermektedir. Eliptik jetlerin eleman sayısı 5500–6000 arasında, diğer hesaplama uzayının eleman sayısı ise 200000–210000 arasında değişmektedir.

Jet akışı için oluşturulan ağ yapısı Şekil.2'de verilmektedir. Bu çalışmada özellikle elipslik oranının jet yapısını nasıl etkilediği üzerinde durulmuştur. Burada jet akışı için oluşturulan eliptik kesitli geometriler 2/8, 4/8, 6/8 ve 8/8 elips oranlarına sahip olup, jet için modellenen eliptik geometrilerin uzunluğu 200mm ve elipsin büyük çapı (D) 8mm'dir. Hesaplama uzayı x eksenini boyunca $l=125D$, y eksenini boyunca $h=60D$ ve z eksenini boyunca $t=60D$ ölçüsünde oluşturulmuştur.

Sonuçları okumak için jet eksenini boyunca 4 adet ölçüm istasyonu belirlenmiştir. Bunlar; $x/D=0.3$, $x/D=12.5$, $x/D=31.2$ ve $x/D=50$ olmak üzere aksenal doğrultuda hem üst akış bölgesinde, hem de alt akış bölgesinde ölçümler yapılmıştır



Şekil 2. Jet akışları için tasarlanan hesaplama uzayının üç boyutlu görüntüsü

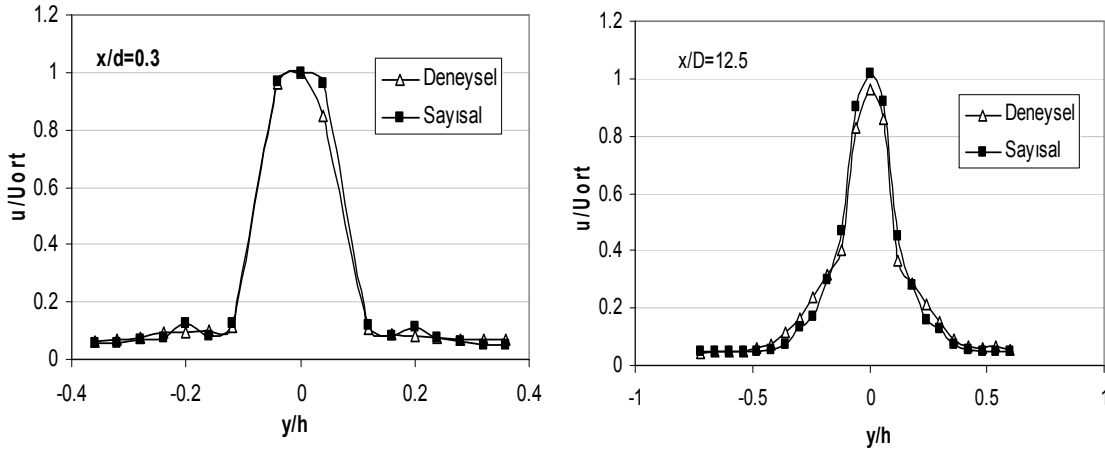
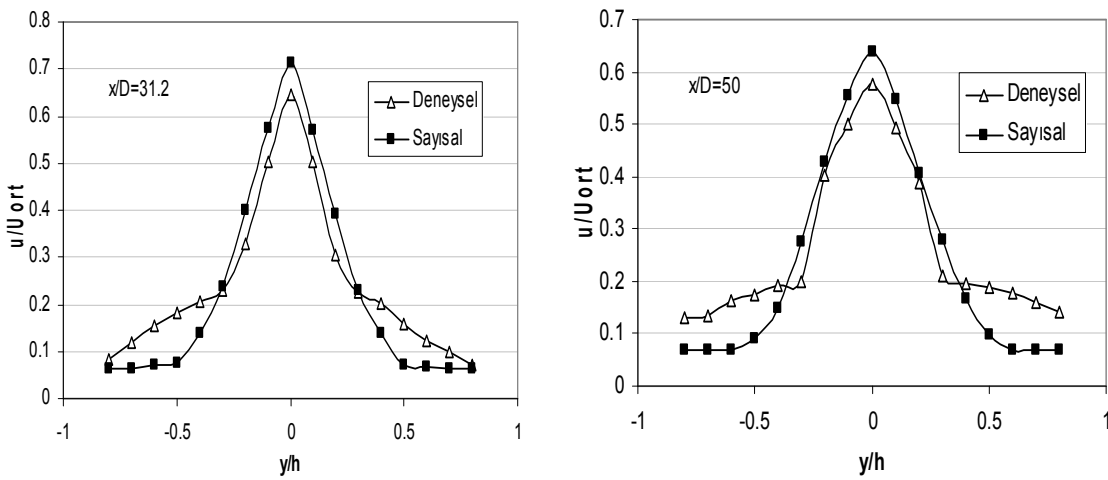
3.1 Sınır Şartları

1. Uygulamada kullanılan tüm geometriler için giriş şartları olarak üniform dağılımlı akış kabulü yapılmış olup, türbülans modeli olarak k-epsilon modeli kullanılmıştır.
2. Çıkışta serbest çıkış akımı sınır şartları: Çıkış düzlemine normal açıda olan tüm akım değişkenlerinin difüzyon akıplarının sıfır değerinde olduğu kabul edilmiştir. Diğer yandan çıkış hızı ve basıncı ise akımın tam gelişmiş akım olduğu kabul edilerek ele alınmıştır.
3. Hesaplama uzayının yan ve üst yüzeylerinde serbest-kayma sınır şartları: Normal hız bileşenleri ve tüm hız bileşenlerinin normal gradientlerinin sıfır değeri aldıkları kabul edilmiştir.

4. Sayısal Sonuçlar

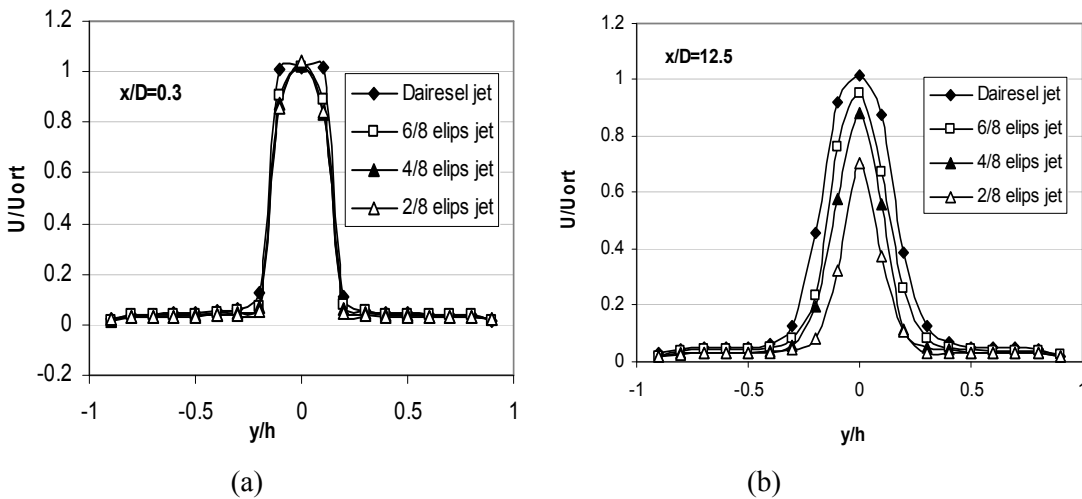
4.1. SAD Yönteminin Doğrulanması

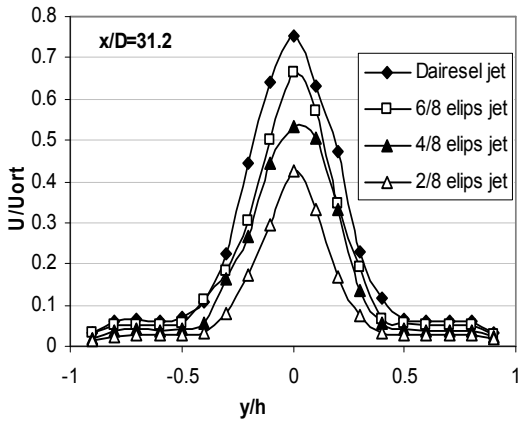
Sayısal olarak elde edilen sonuçların doğruluğunun ve geçerliliğinin test edilmesi amacıyla, ses altı düşük hızlı, açık çevrimli ve emişli tip olan hava tüneline deneyler yapılmıştır. Deneysel ölçümler, 8mm çıkış kesitli dairesel jet için $x/D=0.3$, $x/D=12.5$, $x/D=31.2$ ve $x/D=50$ olmak üzere dört istasyonda yapılmıştır. Hız ölçümleri, akışkanlar mekaniği araştırmalarında, gaz ve sıvıların akış alanlarının, mikro yapılarının detaylandırılması ile hız profilleri ve türbülans karakteristiklerinin incelenmesinde kullanılan kızgın tel anemometresi ile yapılmıştır. Yüksek frekanslı türbülanslı hız çalkantılarının ölçümü için kullanılan bu metotla ani hız ölçülür [7]. Sayısal sonuçlar, deneysel olarak yapılan sonuçlar ile karşılaştırılmıştır. Şekil 3 ve 4'te görüldüğü gibi SAD sonuçları ile deneysel sonuçların $x/D=31.2$ ve $x/D=50$ 'de y/h 'in bazı değerleri için küçük farklılıklar olmasına rağmen genel uyum içinde olduğunu söylemek mümkündür.

Şekil 3. Jet hızının 30 m/s olduğu durumda $x/D=0.3$ ve 12.5 istasyonlarındaki deneysel ve sayısal hız profilleriŞekil 4. Jet hızının 30 m/s olduğu durumda $x/D=31.2$ ve 50 istasyonlarındaki deneysel ve sayısal hız profilleri

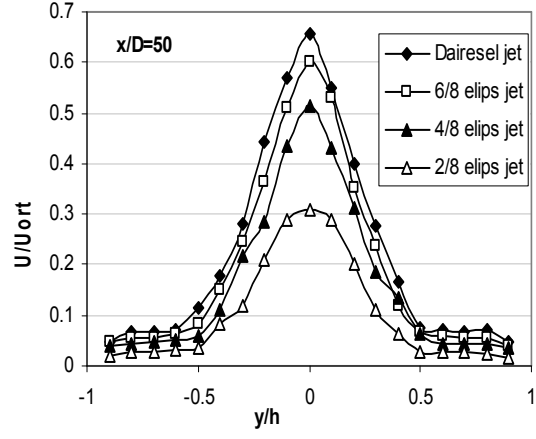
4.2 Sayısal Olarak Elde Edilen Boyutsuz Hız Dağılımları

Burada hızın boyutsuzlaştırılması, aksenal doğrultuda herhangi bir noktadaki hızın, jetin girişteki ortalama hızına bölünerek elde edilmiştir. Jet ağzından itibaren ölçülen x mesafesi, jet çapı ile boyutsuzlaştırılmıştır. Her istasyondaki radyal mesafe ise, hesaplama uzayının yüksekliği (h) ile boyutsuzlaştırılmıştır. Farklı elips oranlarına ve x/D 'ye bağılı olarak elde edilen hız oranları Şekil 5'de grafikler halinde gösterilmiştir. Ayrıca sayısal olarak elde edilen bu değerler, Şekil 6'da hız konturleri şeklinde de gösterilmiştir.



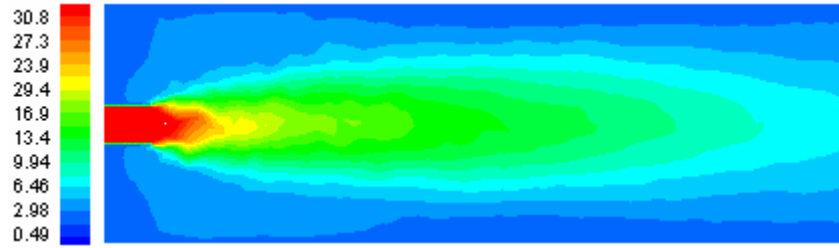


(c)

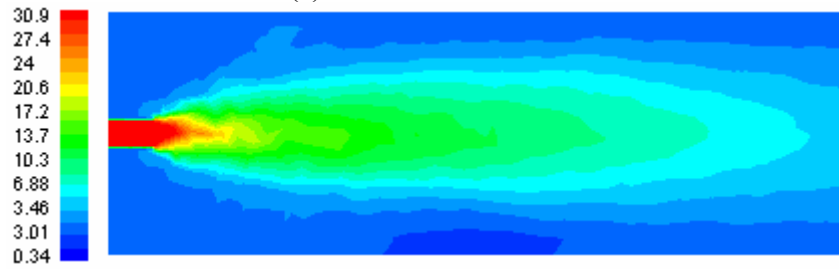


(d)

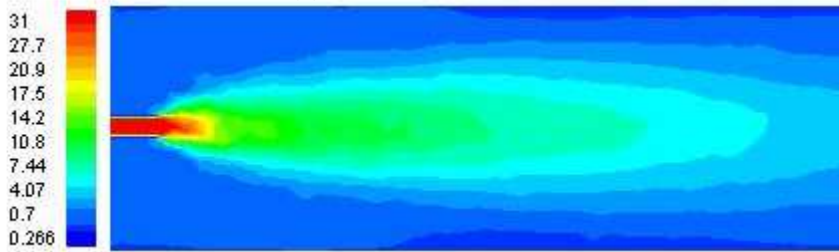
Şekil 5. Jet hızının 30 (m/s) olduğu jet akışları için hesaplanan boyutsuz hız dağılımları a) $x/D=0.3$ b) $x/D=12.5$ c) $x/D=31.2$ b) $x/D=50$



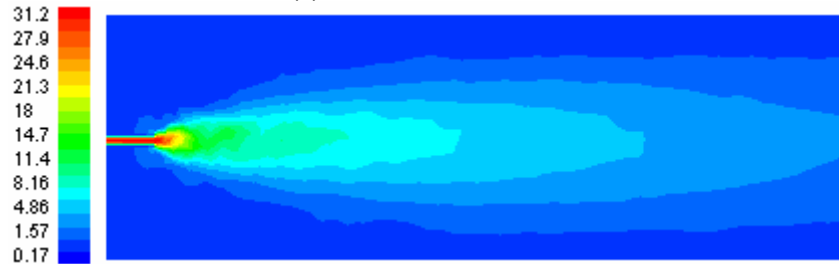
(a)



(b)



(c)



(d)

Şekil 6. Eliptik jet akışları için elde edilen hız dağılımları (m/s) (a) Dairesel jet (b) 6/8 elips jet (c) 4/8 elips jet (d) 2/8 elips jet

Jetin yarım genişlik bölgesi, jet merkez maksimum hızı ile çevre hızının toplamının yarısının olduğu bölge olup bu iki hız arasında oluşan mesafeye jet yarı kalınlığı (b) denir. Farklı eliptik oranlara sahip jetin, çıkış hızının 30 m/s olduğu durumda yapılan simülasyonlarda, x/D ve eksen hızları (U_e)'ye bağlı olarak hesaplanan jet yarı kalınlıkları Tablo 1'de gösterilmiştir.

Tablo 1. Farklı jetler için hesaplanan eksen hızları ve jet yarı kalınlıkları

x/D	Dairesel jet		6/8 elips jet		4/8 elips jet		2/8 elips jet	
	U_e (m/s)	b(m)	U_e (m/s)	b(m)	U_e (m/s)	b(m)	U_e (m/s)	b(m)
0.3	30.53	0.081	30.63	0.062	30.76	0.042	31.15	0.022
12.5	30.51	0.089	28.62	0.081	26.44	0.059	21.22	0.051
31.2	22.53	0.116	19.86	0.089	16	0.088	12.8	0.087
50	19.69	0.133	18.03	0.128	15.37	0.115	9.24	0.111

5. Sonuçlar

Bu çalışmada ilk olarak dairesel jet akışlarının deneysel ve sayısal olarak karşılaştırılması yapılmış ve elde edilen sonuçların uyumlu olduğu görülmüştür. Buradan hareketle, daha sonra 4 farklı elips kesitli jetlerin akış analizi sayısal olarak yapılmıştır. Sayısal olarak elde edilen sonuçlara bakıldığında, bütün jet tipleri için en yüksek hızların $x/D=0,3$ 'de, en düşük hızların ise $x/D=50$ 'de olduğu görülmüştür. $x/D=0.3$ hariç diğer bütün istasyonlarda jet çıkış kesitinin elipslik oranı azaldıkça jet yayılmasının azaldığı görülmüştür. Ayrıca, jet kesitinin elipslik oranı ve x/D arttıkça jet yarı kalınlığının da arttığı görülmektedir.

Kaynaklar

- 1.Haydar Eren , Applied Mathematics and Computation 172 (2006) 876–891.
- 2.H.G. Lee , M.Y. Ha ve H.S., Yoon International Journal of Heat and Mass Transfer 48 (2005) 5297–5309.
- 3.X. Zhou, Z. Sun, F. Durst And G. Brenner, Computers and Mathematics with Applications 38 (1999) 179-191.
- 4.Myung Ki Sung, Issam Mudawar, International Journal of Heat and Mass Transfer 49 (2006) 682–694.
- 5.M. Gradeck , A. Kouachi , A. Dani , D. Arnoult , J.L. Borean , Experimental Thermal and Fluid Science 30 (2006) 193–201.
- 6.G.Biswas, V.Eswaran, Turbulent Flows, Fundamental, Experiments and Modeling, CRC Pres.
- 7.Yavuzkurt, S.; Atashie, S.; Tayfun, A.: “Hot – Wire Anemometry, A Method for the Measurement of High Frequency Turbulent Temperature Fluctuations” , Pennsylvania State University. USA (1999).