

Matematik Öğretmenlerinin Sayı Hissi Problemlerini Çözerken Kullandıkları Stratejiler¹

Sare Şengül²

Hande Gülbağcı Dede³

Özet

Sayı hissi; sayılar ve işlemler için geliştirilen faydalı stratejileri ve matematiksel yargılara varmak için kullanılan esnek düşünebilme kabiliyetini ve yatkınlığını içerir. Bu çalışmanın amacı da matematik öğretmenlerinin sayı hissi problemlerini çözerken kullandıkları stratejilerin incelenmesidir. Çalışma İstanbul ili sınırları içinde yer alan bir devlet üniversitesinde yüksek lisans yapan 11 öğretmenin katılımıyla gerçekleştirilmiştir. Ölçme aracı olarak 12 açık uçlu sorudan oluşan sayı hissi testi kullanılmıştır. Öğretmenlerin sorulara verdikleri cevaplar ve çözüm yolları nitel ve nicel analiz yöntemleri kullanılarak analiz edilmiştir. Veriler öncelikle doğru ve yanlış daha sonra ise kullanılan çözüm yollarına göre sayı hissi stratejisi veya kural temelli strateji durumlarına göre kategorize edilmiştir. Veri analizi sonucunda doğru ve yanlış ayırımına girilmeden tüm çözümler göz önüne alındığında %46,2'sinde sayı hissi stratejileri, %53,8'inde kural temelli stratejiler kullanılarak sonuca ulaşıldığı ortaya çıkmıştır. Çalışmanın sonucunda öğretmenlerin problem çözümlerinde sayı hissi stratejilerini iyi bir seviyede olmasa da orta düzeyde kullanabildikleri belirlenmiştir.

Anahtar Kelimeler: Sayı hissi, sayı hissi stratejisi, matematik öğretmeni

Abstract

Number sense involves efficient strategies and the ability to think flexibly with numbers and number operations and flexible thinking ability and the inclination getting for making sound mathematical judgements. The aim of this study was to investigate the strategies used by mathematics teachers while solving number sense problems. Eleven mathematics teachers from a graduate program in education were the participants. A number sense test which has a total of 12 problems is used as the data gathering tool. Teachers' responses and strategies were analyzed both qualitatively and quantitatively. First, participants' responses were evaluated for correctness. Then the strategies teachers used were analyzed. The strategies were categorized as based on the use of number sense or rule based strategies. When the correct and incorrect responses were considered together, in the 46% of the responses number sense strategies were used and in 54% the rule-based strategies were used. The results of this study showed that even though teachers can use number sense strategies at some level, there is still room for development in teachers' number sense.

Key Words: Number sense, number sense strategies, mathematics teachers

¹Bu çalışma 1. Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Sempozyumu'nda sunulan bildirinin genişletilmiş halidir.

²Doç. Dr., Marmara Üniversitesi, Atatürk Eğitim Fakültesi, İlköğretim Bölümü, zsengul@marmara.edu.tr

³Arş. Gör., Marmara Üniversitesi, Atatürk Eğitim Fakültesi, OFMAE Bölümü, hande.gulbagci@marmara.edu.tr

1. Giriş

Geçmişte bir öğrencinin matematik dersinde başarılı olması için çarpım tablosunu bilmesi ve dört işlemi kuralına göre yapabilmesi beklenmekteydi. Günümüzde ise matematik eğitiminde genel kabul, rutin kurallar öğretilerek “alıştırma ve uygulama” yapılmasının öğrencileri teknolojik yaşama hazırlamadığı yönündedir (Anghileri, 2006). Bu yüzden eğitim reformlarıyla beraber geleneksel matematik eğitiminde önemli değişikliklere gidilmiştir. Birçok kaynakta öğrencileri gerçek yaşama hazırlayacak olan matematik eğitiminin amaçları, standartları ve ilkeleri belirtilmiş ve bunlar arasında sayı hissi kavramı ön plana çıkmıştır (Lester, 2007; National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000; Rosenstein, Caldwell, & Crown, 1996; Van de Walle, 2007).

Matematik eğitimi için ilkeler ve standartlar belirleyen Matematik Öğretmenleri Ulusal Konseyi (NCTM, 2000), sayı ve işlemleri anlamayı, sayı hissini geliştirilmesini ve aritmetik işlemlerde akıcılığın kazanılmasını matematik eğitiminin merkezine koymuştur. Amerika Birleşik Devletinin New Jersey eyaletinde matematik programı için 16 standart belirlenmiştir (Rosenstein, Caldwell & Crown, 1996). Bu standartların bir tanesi “Tüm öğrenciler sayı hissini ve sayıları farklı durumlarda kullanabilme ve sayıları farklı formlarda temsil etme becerisini geliştirecektir.” olarak ifade edilmiştir. Ayrıca programda sayı hissi, başarılı matematik kullanıcılarının bir özelliği olarak gösterilmiştir. Ülkemizde kullanılmakta olan matematik programında sayı hissine olarak yer verilmese de matematik eğitiminin amaçları arasında sayı hissini kapsadığı zihinden işlem ve tahmin etme becerilerinin geliştirilmesi yer almaktadır (MEB, 2009). Peki, matematik eğitiminde önemli bir yere sahip olduğu belirtilen fakat duymaya pek de alışık olmadığımız sayı hissi kavramı ne anlama gelmektedir?

Sayı hissi; bireyin sayılar, işlemler ve birbirleri arasındaki ilişkiler hakkında iyi bir bilgiye sahip olup bu bilgiyi sayısal problemlerde ve sayıları içeren günlük durumlarda esnek biçimde kullanabilme becerisidir (McIntosh, Reys, & Reys, 1992; Yang, 2003). Sayı hissini varlığı ile öğrenciler zihinden işlem yaparken sayıları esnek ve akıcı biçimde kullanabilmekte (parçalama-birleştirme vb.), tahminde bulunabilmekte, sayıların göreceli büyüklüğü hakkında hüküm verebilmekte, sonuçların akla yatkınlığını sorgulayabilmekte, sayıların işlemler üzerindeki etkisini anlayabilmekte, ölçümler ve nicelikler hakkında referanslar geliştirebilmekte, sayının farklı temsilleri arasında geçişler yapabilmekte, sayı, sembol ve işlemleri ilişkilendirebilmektedir (Burns, 2007; Gersten & Chard, 1999; Markovits & Sowder, 1994; Shumway, 2011; Sowder & Kelin, 1993).

Sayı hissini matematik eğitiminde yer almasıyla beraber öğrencilere yazılı işlemlerin nasıl yapılacağını öğretmesinden ziyade öğrenciler zihinden işlem yapmaya, örüntüleri incelemeye, sonuçları tahmin etmeye ve oluşabilecek ilişkiler hakkında konuşmaya teşvik edilmektedir (Anghileri, 2006). Yani öğrenciler öğrenmiş oldukları standart algoritmalara ve kâğıt-kaleme bağlı kalmadan çözüm için esnek düşünerek farklı stratejiler üretmeye yönlendirilmektedir. Bu da onları günlük hayatta karşılaştıkları sayısal durumlarda farklı çözümler üretmeye hazırlamaktadır.

Markovitz ve Sowder (2007) sayı hissini, matematiksel düşüncenin ve yaşam becerilerinin gelişiminde önemli bir role sahip olmasına rağmen matematik programlarında işlemsel algoritmaların ve prosedürlerin ağırlığının halen hissedildiğini belirtmiştir. Yazarların belirttiği bu düşünce yurtdışında ve ülkemizde yapılan farklı çalışmaların sonuçları tarafından da desteklenmektedir (Alsawaie, 2011; Kayhan Altay, 2010; Reys ve diğ., 1999; Şengül, 2013; Yang, 2005; Yang & Li, 2008; Yang, Li, & Lin, 2008). Öğrenciler problem çözümlerinde sayı hissi stratejilerini kullanmaktan daha ziyade kural temelli stratejileri ve standart yazılı algoritmaları tercih etmektedirler.

Öğrencilerin sayı hissi stratejilerini kullanmada başarısız olmasının altında farklı nedenler bulunmaktadır. Yang, Reys ve Reys (2009) bu nedenlerden birini öğretmenlerin öğrencilere sayı hissini geliştirmede nasıl yardım edeceğini bilmemelerinin yanı sıra kendilerinin sayı hissini yetersiz olması olarak belirtmiştir. Literatür çalışmaları göz önüne alındığında öğretmen adaylarının öğrencilerde olduğu gibi sayı hissi stratejilerini kullanmada yetersiz kaldıkları görülmektedir (Courtney-Clarke, 2012; Yang, 2007; Yang ve diğ., 2009).

Öğretmenlerin sayı hissi eğitiminde önemli bir rol oynamasının nedeni öğretmenlerin farklı etkinlikler ile zenginleştiği, iletişimin, tartışmanın, düşünmenin, muhakemenin desteklediği sınıf ortamının sayı hissini gelişimine olumlu katkıda bulunmasıdır (Crites, 1994; Markovits & Sowder, 1994; Tsao, 2004; Yang, 2003; Yang, Hsu, & Huang, 2004). Tsao ve Lin (2011) bu önemi “Öğretmenler oluşturdukları sınıf ortamının çeşidi, kullandıkları öğretim uygulaması ve seçtikleri etkinlikler ile sayı hissini yapılışında önemli rol oynamaktadır.” sözleriyle ifade etmiştir (s.3).

Öğretmenlerin sayı hissini gelişimindeki rolü ve öneminin ortaya konulmasıyla beraber öğretmenlerin sayı hissini ne düzeyde olduğu sorusu ortaya çıkmaktadır. Çünkü öğretmenlerin sayı hissine sahip olma düzeyi öğrencilere vereceği sayı hissi eğitimi etkileyeceği açıktır. Yapılan bu çalışmanın amacı da matematik öğretmenlerinin sayı hissi problemlerini çözerken kullandıkları stratejileri inceleyerek matematik öğretmenlerinin sahip olduğu sayı hissi hakkında fikir sahibi olmaya çalışmaktır.

2. Yöntem

Tarama modeli şeklinde tasarlanan çalışmada veriler belirli bir zamanda mevcut durumun doğasını tanımlamak amacıyla toplanmıştır (Cohen & Manion, 1994).

2.1. Katılımcılar

Çalışmanın katılımcılarını İstanbul sınırları içerisindeki bir devlet üniversitesinin İlköğretim Matematik Öğretmenliği yüksek lisans programında öğrenim görmekte olan 11 matematik öğretmeni (5 bayan, 6 erkek) oluşturmaktadır. Öğretmenlerin 6’sı ilköğretim okulunda, 1’i ortaöğretim okulunda, 3’ü dershanede görev yapmakta olup 1 öğretmen ise hali hazırda öğretmenlik yapmamaktadır. Görev yapmakta olan katılımcıların öğretmenlik deneyimleri 1-4 yıl arasında değişmektedir.

2.2. Veri Toplama Aracı ve Uygulama

Çalışmada veri toplanması için gerekli olan aracın hazırlanmasında ilk olarak literatür taraması yapılmıştır. Matematik öğretmenlerinin seviyesine uygun olacak şekilde sayı hissi problemleri seçilmiş ve bir test oluşturulmuştur. Testteki problemler Yang (2007), Yang ve diğ. (2009) ve Tsao'nun (2005) çalışmalarından seçilmiştir. Sayı hissi testi, aşağıda ifade edilen dört sayı hissi bileşenine ait üçer soru olmak üzere toplam açık uçlu 12 sorudan oluşmaktadır. Sayı hissi bileşenleri;

a) *Sayılar, işlemler ve bunların ilişkilerinin anlamını anlama*: Onluk sayı sistemini (tam sayılar, kesirler ve ondalık sayılar), dört işlemi, sayıların farklı temsillerini, basamak değerini, sayı ve işlem ilişkisini kavramadır. 0,25 sayısının $1/4$, %25 ve çeyrek ile aynı anlama geldiğini bilme gibi.

b) *Göreceli sayı büyüklüğünü anlama*: Bu bileşen sayıların göreceli ve mutlak büyüklüklerini kavrayabilmeyi kapsamaktadır. Örneğin negatif tam sayıları büyüklük olarak sıralayabilme, -4 'ün -7 'den büyük olduğunu bilme gibi.

c) *Referans noktasını uygun şekilde geliştirme ve kullanma*: Referans noktası, işlem, karşılaştırma ve tahmin yapmayı kolaylaştıran güçlü araçlardır (Yang ve Hsu, 2009). $1/2$, 1 ve 0,25 gibi sayılar referans noktasına örnek olarak verilebilir. Örneğin $0,475 + 0,453$ işleminin sonucu hakkında tahmin yürütülmesi gerektiğinde öğrenci 0,5 sayısını referans noktası olarak kullanabilir. Toplanan her iki sayının da 0,5'ten küçük olduğunu fark ederek sonucun 1'den küçük olması gerektiğini söyleyebilir.

d) *Tahmin stratejisini kullanarak işlemsel sonuçların akla uygunluğunu yargılama*: Bazı matematiksel işlemlerin sonucunu yazılı işlem yapmadan tahmin stratejisi ile yorumlayabilmeyi ifade etmektedir. 25'ten küçük dört sayının toplamının 100'den büyük olamayacağını bilmek bu bileşene bir örnektir.

Literatür taraması sonucu testte kullanılmasına karar verilen sorular Türkçe'ye çevrilmiştir. Soruların uygulamaya uygunluğu için iki alan uzmanının görüşüne başvurulmuştur. Ayrıca dört matematik öğretmeni ile pilot uygulama yapılmıştır. Uzman görüşleri ve pilot çalışmanın sonuçları doğrultusunda gerekli düzenlemeler yapılarak test asıl uygulamaya hazır hale getirilmiştir.

Matematik öğretmenlerine test uygulanmadan önce katılımcılara çalışmanın amacı açıklanmış ve gönüllü olup olmadıkları sorulmuştur. Gönüllü öğretmenlere ilk olarak test yönergesi okunmuş ve uymaları gereken kurallar hatırlatılmıştır. Test öğretmenlere verilmiş ve onlardan 50 dakika içerisinde sayı hissi problemlerini çözmeleri istenmiştir. Öğretmenlere soruyu çözdükten sonra çözüm yollarını ayrıntılı bir şekilde açıklamaları gerektiği belirtilmiştir.

2.3. Verilerin Analizi

Araştırmadan elde edilen veriler yüzde bazında nicel olarak, betimsel analiz ve doküman incelemesi yöntemiyle nitel olarak analiz edilmiştir. Araştırmada, doküman incelemesi yöntemiyle öğretmenlerin her bir sayı hissi bileşenlerine ait sorulara verdikleri cevaplar ve bu sonuca onları ulaştıran nedenler hakkında ifade ettikleri yazılı açıklamalarının içerik analizi yapılmıştır. Araştırmada elde edilen veriler, içerik analizi tekniklerinden biri olan sınıflandırıcı analiz tekniği ile çözümlenmiştir. Sınıflandırıcı analiz belirli bir mesajın önce birimlere bölünmesini, ardından bu birimlerin belirli kriterlere göre kategoriler halinde gruplandırılmasını ifade eder (Bilgin, 2006). Bu nedenle araştırmacı ve iki sayı hissi üzerine çalışan öğretim üyesi tarafından katılımcıların her bir sayı hissi bileşenine ait soruya verdikleri cevaplar önce matematiksel açıdan doğru ve yanlış olmak üzere iki kategoride değerlendirilmiştir. Daha sonra soruların çözümlerinde kullanılan stratejiler literatürdeki kodlamalar göz önünde bulundurularak sayı hissi [SH] ve kural temelli [KT] olmak üzere iki kategoride sınıflandırılmıştır. Bu kategorilerin açıklaması aşağıda yer almaktadır.

Sayı hissi: Bu stratejide öğrenci çözümü kolaylaştırmak için referans noktalarını kullanabilir, sayıları yuvarlayabilir/ayırıştırabilir/birleştirebilir, sayılar arası ilişkiyi anlayabilir ya da sonuca yakın tahminlerde bulunabilir.

Kural temelli: Sorunun çözümünde öğrenci daha önce öğrenmiş olduğu kuralı standart yazılı algoritmaları kullanarak uygulayabilir.

Bu kategorilerin daha iyi anlaşılması adına sayı hissi testinde yer alan bir sorunun çözümünde kullanılan stratejilere örnek verilmiştir. Tablo 1’de sayı hissi testindeki 7. soru yer almaktadır.

Tablo 1: Sayı hissi testinde yer alan 7. soru

Aşağıdaki işlemlerden hangisinin sonucu 1’den büyüktür?

$$(a) \frac{3}{11} + \frac{29}{61}$$

$$(b) \frac{13}{21} + \frac{37}{71}$$

$$(c) \frac{13}{31} + \frac{4}{9}$$

$$(d) \frac{6}{17} + \frac{1}{2}$$

Tablo 1’de yer alan soruda hangi iki kesrin toplamının 1’den büyük olduğu sorulmuştur. Her seçenekte yer alan kesirlerin paydası eşitlenerek işlemlerin sonucu bulunabilir ve 1’den büyük olup olmadığına karar verilebilir. Bunun gibi bir strateji kullanılarak çözüme ulaşıldığında bu çözüm yolu KT olarak kodlanmıştır. Başka bir çözümde ise 0,5 sayısı referans noktası olarak kullanılabilir. Toplanan her iki sayının da 0,5’ten büyük olması sonucu 1’den büyük yapmaya yeterlidir. Böyle bir çözüm yolu ise SH olarak değerlendirilmiştir.

3. Bulgular

Tablo 2’de testte yer alan 12 sorunun doğru/yanlış cevaplanma sayıları ayrıca soruların çözümlerinde kullanılan stratejilerin SH ve KT kategorilerine göre dağılımı yer almaktadır.

Tablo 2. Sayı hissi testindeki soruların çözümünde kullanılan stratejilerin dağılımı

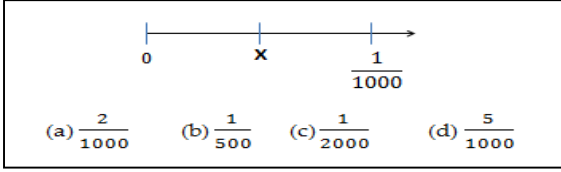
Soru No		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Toplam
Doğru	Kural temelli	2	4	1	9	9	6	3	0	5	4	2	5	50
	Sayı hissi	9	7	8	2	2	3	8	2	5	5	7	3	61
Yanlış	Kural temelli	0	0	2	0	0	2	0	9	1	1	2	3	20
	Sayı hissi	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1

Daha önce de belirtildiği gibi veri analizinde testteki 12 soruya 11 öğretmen tarafından verilen toplam 132 cevap incelenmiştir. Tablo 2 de de görüldüğü üzere verilen 132 cevabın 111’i (%84,1) doğru, 21’i (%15,9) ise yanlıştır. Öğretmenlerin doğru çözümleri kullanılan strateji bakımından incelendiğinde 111 doğru cevabın 61’i (%54,9) sayı hissi stratejileri geriye kalan 50’si (%45,1) kural temelli stratejiler kullanılarak verilmiştir. Verilen 21 yanlış cevapta sayı hissi 1 defa, kural temelli strateji ise 20 defa kullanılmıştır. Sonuçlar sayı hissi stratejilerinin kullanımını doğru cevapla daha çok ilişkilendirileceğini göstermektedir. Doğru yanlış ayırt etmeksizin verilen tüm cevapların çözüm yollarına bakıldığında ise toplam 132 cevabın 62’sinde (%46,2) sayı hissi stratejileri, 70’inde (%53,8) kural temelli stratejiler kullanılarak sonuca ulaşıldığı görülmektedir. Ortaya çıkan bu sonuç öğretmenlerin sayı hissi stratejilerini istenilen bir düzeyde olmasa da belirli bir düzeyde kullanabildiklerini göstermektedir.

Problem çözümlerinde kullanılan kural temelli stratejilerde öğretmenlerin işlem yapmaya, öğrendikleri kuralları uygulamaya, küçük sayılar ile örnekleme yaparak genellemeye ulaşmaya eğilimli oldukları görülmektedir. Öğretmenlerin sayı hissi problemlerinin çözümlerinde kullandıkları stratejileri daha iyi incelemek bu kısımda her sayı hissi bileşeninden bir örnek soru ve çözüm yollarına yer verilmiştir.

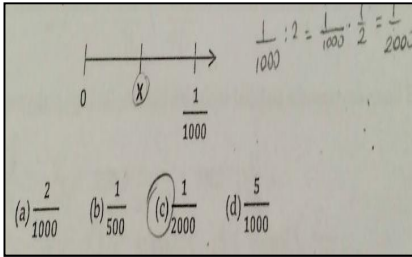
a) Sayılar, işlemler ve bunların ilişkilerinin anlamını anlama

“Sayılar, işlemler ve bunların ilişkilerinin anlamını anlama” bileşenindeki soru Şekil 1’de yer almaktadır. Bu soruda öğretmenlere sayı doğrusunda belirtilen noktadaki sayının alabileceği değer sorulmuştur.

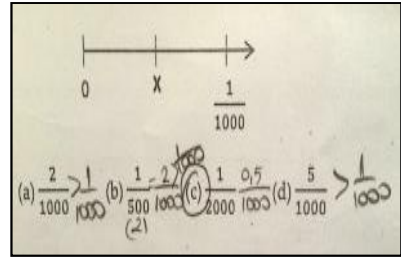


Şekil 1. Sayılar, işlemler ve bunların ilişkilerinin anlamını anlama bileşeninde yer alan 2 numaralı soru

Tüm öğretmenler bu soruyu doğru olarak cevaplamıştır. Cevapların 7'si sayı hissi stratejisi, 4'ü kural temelli strateji kullanılarak çözülmüştür. Kural temelli stratejilerde öğretmenler seçeneklerdeki kesirlerin paydalarını eşitlemiş ya da $1/1000$ kesrini işlem yaparak ikiye bölmüştür (Şekil 2-3). Sayı hissi stratejisi kullanarak çözüme ulaşan öğretmenler işlem yapmaya gerek duymadan $1/1000$ kesrinin yarısının $1/2000$ olduğunu fark etmişlerdir.



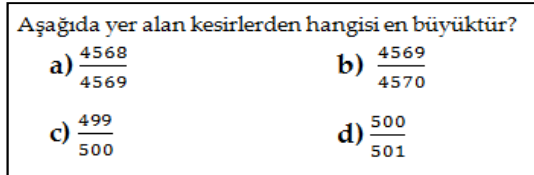
Şekil 2. Soru 2'nin kural temelli strateji ile çözümüne bir örnek



Şekil 3. Soru 2'nin kural temelli strateji ile çözümüne başka bir örnek

b) Göreceli sayı büyüklüğünü anlama

Testte yer alan soruda seçeneklerde dört kesir verilmiş ve öğretmenlere bu kesirlerden hangisinin en büyük olduğu sorulmuştur (Şekil 4). Bir önceki soruda olduğu gibi bu soruyu tüm öğretmenler doğru olarak cevaplamıştır.



Şekil 4. Göreceli sayı büyüklüğünü anlama bileşeninde yer alan 4 numaralı soru

Soruyu doğru olarak cevaplayan 11 öğretmenin 9'u soruyu kural temelli strateji kullanarak çözüme ulaşırken sadece 2'si sayı hissi stratejisi kullanmıştır. Kural temelli çözümlerin bir kısmında pay ile paydası arasında eşit farka sahip basit kesirlerin sıralanması ile ilgili kural kullanılmıştır (Şekil 5). Geri kalan kural temelli çözümlerde ise benzer özellikte daha küçük sayılar kullanılarak bir genellemeye varılmış ve çözüme ulaşılmıştır.

Aşağıda yer alan kesirlerden hangisi en büyüktür?

a) $\frac{4568}{4569}$ 1 fark
b) $\frac{4569}{4570}$ 1 fark
c) $\frac{499}{500}$ 1 fark
d) $\frac{500}{501}$ 1 fark

Farklar eşit olduğuna göre daha çok paycaya olanlar daha büyüktür.

$$\frac{4569}{4570} > \frac{4568}{4569} > \frac{500}{501} > \frac{499}{500}$$

Şekil 5. 4. sorunun kural temelli strateji ile çözümüne bir örnek

Sayı hissi stratejisinde ise kesirlerin bütüne tamamlanması için gerekli olan kesirlerin büyüklükleri karşılaştırılmıştır. Şekil 6'da görüldüğü üzere seçeneklerdeki kesirlerin bütüne tamamlanması için kesirler $1/4569$, $1/4570$, $1/500$ ve $1/501$ 'dir. 1 sayısını 4570'e bölmek daha küçük bir sonuç vermekte ve bu da $4569/4570$ kesrinin bütüne tamamlanmasına daha az kaldığını göstermektedir. Böylelikle $4569/4570$ kesrinin diğer kesirlere göre daha büyük olduğu sonucuna ulaşılmaktadır. Kural temelli çözümden sonuca ulaşmak daha kolay ve kısa olarak gözükse de kuralın hatırlanamayacağı ya da yanlış hatırlanabileceği unutulmamalıdır.

Aşağıda yer alan kesirlerden hangisi en büyüktür?

a) $\frac{4568}{4569} = 1 - \frac{1}{4569}$
b) $\frac{4569}{4570} = 1 - \frac{1}{4570}$
c) $\frac{499}{500} = 1 - \frac{1}{500}$
d) $\frac{500}{501} = 1 - \frac{1}{501}$

Bu sayıların bütünden eksiklik miktarı en düşük olan, bütüne daha yakın olacağından en büyüktür.

$$\frac{1}{501} > \frac{1}{500} > \frac{1}{4569} > \frac{1}{4570} \text{ olduğundan; } \frac{4569}{4570} > \frac{4568}{4569} > \frac{500}{501} > \frac{499}{500} \text{ olur.}$$

Şekil 6. 4. sorunun sayı hissi stratejisi ile çözümüne bir örnek

c) Referans noktasını uygun şekilde geliştirme ve kullanma

Sayı hissini bu bileşeninde yer alan soruların çözümlerinde öğretmenlerden uygun referans noktasını kullanmaları beklenmektedir. Sayı hissi testinin 8. sorusunda ondalık iki kesrin çarpım sonucunun alabileceği değer sorulmuştur (Şekil 7). Analiz sonucunda bu sorunun yanlış cevaplanma oranı en yüksek olan soru olduğu ortaya çıkmıştır. Bu soruyu sadece iki öğretmen doğru olarak cevaplandırmıştır. Sorunun bu kadar çok yanlış cevaplanmasının sebebi kural temelli çözümün öğretmenleri yanlış sonuca ulaştırmasıdır.

Hesap makinesinde $0,4975 \times 9428,8$ işlemini yapan Ayşe işlemi yaptıktan sonra ondalık sayıların virgülnü koymadığını fark ediyor. Kesin bir hesaplama yapmaksızın, sonuçta yer alması gereken ondalık virgülnün doğru yerini tahmin ediniz.

- A) 46908,28
C) 46,90828

- B) 469,0828
D) 4690,828

Şekil 7. Referans noktasını uygun şekilde geliştirme ve kullanma bileşeninde yer alan 8 numaralı soru

Kural temelli çözümlerde öğretmenler iki ondalık kesrin çarpım kuralını kullanmıştır. Bu kurala göre ondalık sayılar virgül yokmuş gibi çarpılmalı sonrasında ise çarpanlarda virgülden sonra toplam kaç basamak varsa çarpımda da virgülden sonra o kadar basamak olmalıdır. Kurala uygun çözümlerin bir kısmında ilk çarpanda virgülden sonra dört, ikincisinde bir basamak olduğu için sonuçta virgülden sonra beş basamak olan C seçeneği işaretlenmiştir (Şekil 8). Kural temelli diğer çözümlerde ise çarpanların en küçük değerdeki basamaklarında 5 ve 8 sayıları olduğu fark edilmiştir. Bu iki sayının çarpımından elde edilen 40 sayısındaki 10 çarpanından dolayı cevapta virgülden sonra 5 değil 4 basamak olacağı düşünülmüş ve B seçeneği işaretlenmiştir.

Sayı hissi strateji kullanılarak yapılan çözümlerde ise soruyu doğru çözen iki öğretmen ilk çarpan olan 0,4975 sayısının 0,5 referans noktasına yakın olduğunu fark etmiştir. Bir sayıyı 0,5 ile çarpanın sayının yarısını bulmaya eşit olduğunu bilen öğretmenler sonucun 9428'in yarısına yakın bir olacağını fark ederek doğru cevap olan D seçeneğini işaretlemişlerdir.

$$0,4975 \times 9428,8$$

1 basamak + 1 basamak = 5 basamak \Rightarrow 46,90828

Şekil 8. 8. sorunun kural temelli strateji ile çözümüne bir örnek

d) Tahmin stratejisini kullanarak işlemsel sonuçların akla uygunluğunu yargılama

Şekil 9'da yer alan soruda öğretmenlerin seçeneklerde yer alan işlemlerin sonucunu yaklaşık olarak tahmin etmeleri gerekmektedir. Sekiz öğretmen soruyu doğru cevaplarırken, 3 öğretmen yanlış olarak cevaplamıştır.

Aşağıdakilerden hangisi 2500'e en yakındır?

(a) $241+425+504+855$ (b) $41719,178 \div 19,295$
(c) $48,775 \times 58,985$ (d) $623,97 \div 0,2499$

Şekil 9. Tahmin stratejisini kullanarak işlemsel sonuçların akla uygunluğunu yargılama bileşeninde yer alan 12 numaralı soru

Soruyu doğru cevaplayan 8 öğretmenin 5'i kural temelli strateji kullanarak, 3'ü sayı hissi stratejisi kullanarak çözüme ulaşmıştır. Kural temelli çözümlerde öğretmenler dört işlem algoritmalarını yazılı olarak uygulamıştır. Sayı hissi stratejisinde ise öğretmenler sayıları işlem yapmayı kolaylaştıracak şekilde yuvarlamıştır. Şekil 10'da görüldüğü üzere öğretmen işlemlerin sonucu hakkında bir yargıya varabilmek için sayıları yuvarlamıştır. Öğretmen burada işlemleri yazılı olarak yapmasının nedeni çözüm yolunu açıklamak içindir. Soruyu yanlış cevaplayan 3 öğretmen ise kural temelli stratejilerde dört işlem algoritmalarını kullanmıştır. Öğretmenler algoritmaları kullanırken işlem hatası yapmıştır. Bu durum onları doğal olarak yanlış cevaba ulaştırmıştır.

(a) $241 + 425 + 504 + 855$
 $200 + 400 + 500 + 800 = 2100$

(b) $41719,178 + 19,295$
 $42000 \div 20 = 2100$

(c) $48,775 \times 58,985$
 $50 \cdot 60 = 3000$

(d) $623,97 + 0,2499$
 $625 \cdot 4 = 2500$

Şekil 10. 11. sorunun sayı hissi stratejisi ile çözümüne bir örnek

4. Sonuç, Tartışma ve Öneriler

1980'lerin sonlarından itibaren matematik eğitimine giren sayı hissi kavramı günümüzde önemini koruyarak birçok matematik programında yer almaktadır. Sayı hissini kullanımı ile öğrenciler problemlerin kısa yoldan çözümü için ezberlemiş oldukları kurallardan ve kâğıt-kaleme bağımlı olmaktan kurtulmaktadırlar. Bunlar yerine öğrenciler sahip oldukları sayı ve işlem bilgisini kullanarak problemlerin çözümü için esnek düşünerek farklı stratejiler üretebilmektedirler.

Verilecek matematik eğitimi ile sayı hissini kazandırılmasında öğretmenler ön plana çıkmaktadır. Çünkü öğretmenler oluşturdukları sınıf ortamı, kullandıkları öğretim uygulamaları ve etkinlikler ile sayı hissini yapılanmasına büyük katkıda bulunmaktadır (Tsao & Lin, 2011). Bu yüzden öğretmenlerin sahip olduğu sayı hissi ve sayı hissine ait pedagojik alan bilgisinin ne düzeyde olduğunun bilinmesi önem taşımaktadır. Bu çalışmanın amacı da matematik öğretmenlerinin sayı hissi problemlerini çözerken sayı hissi stratejilerini ne düzeyde kullanabildiklerini belirlemektir.

Amaç doğrultusunda yürütülen çalışmanın sonucunda doğru cevapların %54,9'unda, doğru yanlış ayırt etmeksizin tüm cevapların %46,2'sinde sayı hissi stratejisi kullanılarak çözüme ulaşıldığı ortaya çıkmıştır. Ortaya çıkan bu sonuç öğretmenlerin çok iyi bir seviyede olmasa da orta düzeyde sayı hissi stratejilerini kullanabildiklerini göstermektedir. Yurtdışında ve ülkemizde yapılan çalışmalarda benzer sonuçlar ortaya koymuştur (Courtney-Clarke, 2012; Kayhan Altay & Umay, 2011; Şengül, 2013; Yang, 2007; Yang ve diğ., 2009). Ülkemizde yapılan her iki çalışmanın sonucunda da öğretmen adaylarının sayı

hissinin düşük ve kural temelli stratejileri kullanmaya eğilimli oldukları belirlenmiştir (Kayhan Altay & Umay, 2011; Şengül, 2013).

Yapılan çalışmanın sonucunda ulaşılan bu sonuç arzu edilen bir durum değildir. Çünkü Yang, Reys ve Reys (2009) öğrencilerin sayı hissinin düşük olmasının nedenlerinden birini öğretmenlerin öğrencilere sayı hissini geliştirmede nasıl yardım edeceğini bilmemelerinin yanı sıra kendilerinin sayı hissinin yetersiz olması olarak belirtmiştir. Yazarların bu söylemi Türkiye’de ortaya çıkan durum ile desteklenebilir. Çünkü Türkiye’deki öğrencilerin sayı hissi, öğretmen adayları ve öğretmenlerde olduğu gibi düşüktür. Farklı sınıf düzeylerindeki öğrenciler ile yapılan çalışmalar sonucunda öğrencilerin sayı hissi stratejilerini yeterince kullanmadıkları ortaya çıkmıştır (Harç, 2010; Kayhan Altay, 2010; Şengül & Gülbağcı, 2012).

Matematik programlarında amaçlanan şekilde sayı hissi gelişimini sağlanabilmesi için sınıf ve matematik öğretmenlerine önemli görevler düşmektedir. İlk olarak öğretmenlerde sayı hissini geliştirilmesi için öğretmen eğitiminin amaçlarında değişikliğe gidilmelidir. Öğrencilerde olduğu gibi öğretmenlerde de sayı hissini geliştirilmesi amaçlanmalıdır. Lisans formasyon derslerinde ve hizmet içi eğitimlerde sayı hissi ve önemine, sayı hissi stratejilerine, kural temelli stratejilerin yetersizliğine, sayı hissini öğrenciye nasıl kazandırılacağı bilgisine yer verilebilir.

Sayı hissi gelişiminde öğretmenlerin yanı sıra rol oynayan diğer bir unsur ise matematik programı ve ders kitaplarıdır. Öğrencilere sayı hissini kazandırılması için matematik eğitiminin temel amaçlarından birinin sayı hissi eğitimi olmasının, bu doğrultuda ders kitaplarında sayı hissi etkinliklerine yer verilmesinin gerekli olduğu düşünülmektedir. Ülkemizde kullanılan matematik öğretim programı sayı hissi ve öğeleri açısından incelendiğinde kavramın programda açıkça yer almadığı ve sayı hissini kazandırabilecek yeterli kazanım ve etkinlik olmadığı görülmektedir (Kılıç, 2011; Umay, Akkuş & Paksu, 2006). Sadece matematik eğitiminin genel amaçları arasında “Tahmin etme ve zihinden işlem yapma becerilerini etkin kullanabilecekler” maddesi yer almaktadır (MEB, 2009, s. 9). Bu yüzden matematik öğretim programında sayı hissi eğitimi kapsayacak şekilde düzenlenmeler yapılması gerekmektedir.

Gelecekte yapılan çalışmalarda öğretmenlerin ve öğrencilerin sayı hissini düzeyinin belirlenmesi yerine farklı eğitim yöntemlerinin sayı hissini gelişimini ne yönde etkilediğinin araştırılmasının sayı hissini kazandırılması için yararlı olacağı düşünülmektedir.

The Strategies of Mathematics Teachers When Solving Number Sense Problems

Extended Abstract

Number sense refers to a person's general understanding of numbers, operations and their relationships and using this understanding to handle daily-life situations related to numbers. Number sense is used to develop practical, flexible, and efficient strategies (including mental computation and estimation) to handle numerical situations (McIntosh, Reys, & Reys, 1992; Yang, 2003). Students with good number sense can use numbers (like compose/decompose) flexibly when mentally computing, estimating, recognizing the magnitude of numbers, judging the reasonableness of computational results, recognizing the relative effect of operation on numbers, developing benchmarks about measurements and magnitudes, moving between number representations and relating the numbers, symbols and operations (Burns, 2007; Gersten & Chard, 1999; Markovits & Sowder, 1994; Shumway, 2011; Sowder & Kelin, 1993).

In the literature, many studies and reports point to the necessity and importance of improving number sense of students (National Council of Teachers of Mathematics, 2000; Anghileri, 2006). However; the research in the literature show that students have an inclination to use rule based methods and standard written algorithms and generally have low number sense (Alsawaie, 2011; Reys et al. , 1999; Yang, 2005; Yang & Li, 2008; Yang, Li, & Lin, 2008). There are some possible reasons of this failure situation and Yang et al. (2009) pointed to one of them. They indicated that children's lack of number sense may be partly due to their teachers' lack of number sense. If the teachers design a good learning environment with communication, thinking, reasoning, and discussion while using number sense activities, they can improve their students' number sense (Crites, 1994; Markovits & Sowder, 1994; Tsao, 2004; Yang, 2003; Yang, Hsu, & Huang, 2004). The aim of this study is to investigate the strategies that are used by mathematics teachers while solving the number sense-related problems.

To develop a number sense test, the literature is reviewed. The total of 12 questions from four number sense components are selected from different studies (Yang, 2007; Yang, Reys & Reys, 2009; Tsao, 2005). The number sense components are: a) understanding the meaning of numbers, operations and their relationships, b) recognizing relative number size, c) developing and using benchmarks appropriately, d) judging the reasonableness of a computational result by using the strategies of estimation. Two experts reviewed the questions and both agreed that they are appropriate. A pilot study is conducted with four mathematics teachers.

In this study, 11 mathematics teachers (5 female and 6 male) from a graduate program in education participated. Each participant is given the number sense test and asked to explain their solution strategy after solving the problems. In data analysis, 132 responses from 11

participants are examined. At first the answers are evaluated for correctness. In the second part of data analysis, the strategies teachers used are analyzed. The strategies are assessed as number sense strategy or rule based strategy.

The results of the data analysis show that the 84.1% of the teachers' provided correct answers consistently and 15.9% gave incorrect answers. In the 54.9% of the correct answers, number sense strategies are used and in the 45.1% of the correct answers rule-based strategies are used. When the correct and incorrect answers are analyzed together, in the 46.2% of the answers number sense strategies, and in 53.8% of the answers the rule-based strategies are used.

The results of this study show that even though teachers may use the number sense strategies at some, but not at the desired level. Teachers tended to use the rule-based strategies and standard written algorithms. It is suggested that in order to improve the number sense in students, teachers themselves must have a higher level of number sense; they must understand the importance of number sense and know the ways of helping students develop it in classroom.

Kaynaklar/References

- Alsawaie, O. N. (2011). Number sense-based strategies used by high-achieving sixth grade students who experienced reform textbooks. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 10(5), 1-27.
- Anghileri, J. (2006). *Teaching number sense* (2 ed.). London: Continuum International Publishing Group.
- Bilgin, N. (2006). *Sosyal bilimlerde içerik analizi: Teknikler ve örnek çalışmalar*. Ankara: Siyasal Kitapevi.
- Burns, M. (2007). *About teaching mathematics: A K-8 resource* (3 ed.). Sausalito, CA: Math Solution Publications.
- Cohen, L., & Manion, L. (1994). *Research methods in education* (4 ed.). New York: Routledge.
- Courtney-Clarke, M. A. E. (2012). *Exploring the number sense of final year primary pre-service teachers* (Master's Thesis). Stellenbosch University, Stellenbosch.
- Crites, T. (1994). Using lotteries to improve students' number sense and understanding of probability. *School Science and Mathematics*, 94(4), 203-207.
- Gersten, R., & Chard, D. (1999). Number sense: Rethinking arithmetic instruction for students with mathematical disabilities. *The Journal of Special Education*, 33(1), 18-28.
- Harç, S. (2010). *6. sınıf öğrencilerinin sayı duygusu kavramı açısından mevcut durumlarının analizi* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Marmara Üniversitesi, İstanbul.
- Kayhan Altay, M. (2010). *İlköğretim ikinci kademe öğrencilerinin sayı duyularının; sınıf düzeyine, cinsiyete ve sayı duygusu bileşenlerine göre incelenmesi* (Doktora tezi). Hacettepe Üniversitesi, Ankara.
- Kayhan Altay, M. & Umay, A. (2011). Sınıf öğretmeni adaylarının hesaplama becerileri ve sayı duyuları arasındaki ilişkinin incelenmesi. *e-Journal of New World Sciences Academy*, 6 (1), 1277-1283.
- Kılıç, Ç. (2011, Ekim) *NCTM ilkelerinde ve ilköğretim matematik dersi (1.-5. sınıflar). öğretiminde sayı hissi*. I. Uluslararası Eğitim Programları ve Öğretim Kongresi, Eskişehir.
- Lester, F. K. (Ed.). (2007). *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*. Charlotte, NC: Information Age.
- Markovits, Z., & Pang, J. S. (2007). The ability of sixth grade students in Korea and Israel to cope with number sense tasks. In J. H. Woo, H. C. Lew & K. S. Park (Eds.), *Proceedings of the 31st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, pp. 241-248). Seoul: PME.
- Markovits, Z., & Sowder, J. (1994). Developing number sense: An intervention study in grade 7. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25, 4-29.
- McIntosh, A., Reys, B. J., & Reys, R. E. (1992). A proposed framework for examining basic number sense. *For the learning of mathematics*, 12(3), 2-44.

- MEB. (2009). *İlköğretim matematik dersi 6–8. sınıflar öğretim programı*. Ankara: Milli Eğitim Basımevi.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Reys, R., Reys, B., Emanuelsson, G., Johansson, B., McIntosh, A., & Yang, D. C. (1999). Assessing number sense of students in Australia, Sweden, Taiwan, and the United States. *School Science and Mathematics*, 99(2), 61-70.
- Rosenstein, J. G., Caldwell, J. H., & Crown, W. D. (1996). *New Jersey mathematics curriculum framework*. New Brunswick: New Jersey Mathematics Coalition.
- Shumway, J. F. (2011). *Number sense routines: Building numerical literacy every day in grades K-3*. Portland: Stenhouse Publishers.
- Sowder, J. T., & Kelin, J. (1993). Number sense and related topics. In D. T. Owens (Ed.), *Research ideas for the classroom: Middle grades mathematics* (pp. 41-57). New York: Macmillian.
- Şengül, S. (2013). Identification of number sense strategies used by pre-service elementary teachers. *Educational Sciences: Theory & Practice*, 13(3), 1965-1974.
- Şengül, S. & Gülbağcı, H. (2012). Evaluation of number sense on the subject of decimal numbers of the secondary stage students in Turkey. *International Online Journal of Educational Sciences*, 4(2), 296-310.
- Tsao, Y. L. (2004). Effects of a problem-solving-based mathematics course on number sense of preservice teachers. *Journal of College Teaching and Learning*, 1(2), 33-49.
- Tsao, Y. L., & Lin, Y. C. (2011). The study of number sense and teaching practice. *Journal of Case Studies in Education*, 2, 1-14.
- Umay, A., Akkuş, O. ve Paksu, A. D. (2006). Matematik dersi 1.-5. sınıf öğretim programının NCTM prensip ve standartlarına göre incelenmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 31, 198-211.
- Van de Walle, J. A. (2007). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally* (6 ed.). Boston: Pearson.
- Yang, D. C. (2003). Teaching and learning number sense—an intervention study of fifth grade students in Taiwan. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 1(1), 115-134.
- Yang, D. C. (2005). Number sense strategies used by 6th grade students in Taiwan. *Educational Studies*, 31(3), 317-333.
- Yang, D. C. (2007). Investigating the strategies used by pre-service teachers in Taiwan when responding to number sense questions. *School Science and Mathematics*, 107(7), 293-301.
- Yang, D. C. & Hsu, C. J. (2009). Teaching number sense for 6th graders in Taiwan. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 4(2), 92-109.
- Yang, D. C., Hsu, C. J., & Huang, M. C. (2004). A study of teaching and learning number sense for sixth grade students in Taiwan. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 2(3), 407-430.
- Yang, D. C., & Li, M. F. (2008). An investigation of 3rd grade Taiwanese students' performance in number sense. *Educational Studies*, 34(5), 443-455.

- Yang, D. C., Li, M. N., & Lin, C. I. (2008). A study of the performance of 5th graders in number sense and its relationship to achievement in mathematics. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 6(4), 789-807.
- Yang, D. C., Reys, R. E., & Reys, B. J. (2009). Number sense strategies used by pre-service teachers in Taiwan. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 7(2), 383-403.
-