



## 8. Sınıf Öğrencilerinin Kesirler Konusuyla İlgili Şekil, İşlem ve Senaryo Formundaki Sorularda Kullandıkları Sayı Hissi Stratejilerinin Belirlenmesi

Sare Şengül <sup>1</sup>, Leyla Öztürk Zora <sup>2</sup>

### Öz

Bu çalışmanın amacı akademik başarı düzeyleri farklı sekizinci sınıf öğrencilerinin kesirler konusuyla ilgili şekil, işlem ve senaryo formundaki sorularda kullandıkları sayı hissi stratejilerinin belirlenmesidir. Çalışmada nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması deseni kullanılmıştır. Çalışma İstanbul ilindeki bir devlet okulunda öğrenim gören üç sekizinci sınıf öğrencisiyle yürütülmüştür. Çalışmaya katılan öğrenciler amaçlı örnekleme yöntemi ile belirlenmiştir. Veri toplama aracı olarak, araştırmacılar tarafından hazırlanan şekil, işlem ve senaryo formunda 18 sorudan oluşan Sayı Hissi Testi kullanılmıştır. Veriler video konferans uygulamasıyla senkron şekilde yarı yapılandırılmış görüşmelerle toplanmıştır. Elde edilen bulgulara göre öğrenciler en fazla şekil, ikinci olarak senaryo ve en az işlem formunda verilen sorularda sayı hissine dayalı çözüm stratejisi kullanmışlardır. Buna ek olarak şekil ve senaryo formunda akademik başarı düzeyi düşük olan öğrencinin orta düzey akademik başarıya sahip öğrenciden daha fazla sayı hissi temelli çözüm stratejisi kullandığı görülmüştür. Öğrenciler, sayıların anlam ve büyüklüğünü anlama bileşeninde şekil ve işlem formunda, eşdeğer ifadelerin anlaşılması ve kullanılması bileşeninde şekil formunda, işlemlerin anlam ve etkisini anlama bileşeninde senaryo formunda daha fazla sayı hissi temelli çözüm stratejisine başvurmuşlardır. Ayrıca en fazla senaryo formunda verilen sorularda esnek işlem yapma ve sonucun akla uygunluğuna karar verme bileşenine başvurulmasına rağmen en çok hata yapılan soru da senaryo formundadır. Buna ek olarak, sayı hissi kullanımı öğrencilerin kesir öğreniminde sezgisel düşünceleri ile kavramsal bilgileri arasında bir köprü görevi görmektedir. Çalışmanın bulguları doğrultusunda gelecek çalışmalar için önerilerde bulunulmuştur.

### Anahtar Kelimeler

Kesir  
Sayı hissi  
Şekil formu  
İşlem formu  
Senaryo formu

### Makale Hakkında

Gönderim Tarihi: 24.11.2021  
Kabul Tarihi: 20.02.2023  
Elektronik Yayın Tarihi: 07.04.2023

DOI: 10.15390/EB.2023.11339

<sup>1</sup> Marmara Üniversitesi, Atatürk Eğitim Fakültesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, Türkiye, [zsengul@marmara.edu.tr](mailto:zsengul@marmara.edu.tr)

<sup>2</sup> Milli Eğitim Bakanlığı, Türkiye, [lleylaozturk@gmail.com](mailto:lleylaozturk@gmail.com)

## Giriş

“Doğduğunuz günden bugüne kadar geçen gün sayısı nedir? 5 kilometrelik yol ortalama kaç dakikada yürünür? Kendi boy uzunluğunuzu referans aldığımızda oturduğunuz binanın yüksekliği boyunuz cinsinden kaç tane eder?” gibi sorularla karşılaştığımızda bizden beklenen kâğıt kalem algoritmasına başvurmadan cevap verebilmemizdir. Günlük hayatta karşımıza çıkan bu tür problemleri çözmek için kâğıt-kalem kullanarak algoritmalara dayalı işlemler yapmak yerine tahmin etme, sayıların anlam ve büyüklüğünü bilme, esnek düşünme, problem durumlarında kıyaslama (referans) noktası kullanma gibi becerilere ihtiyaç duymaktayız. Bizlerden sahip olmamız beklenen bu beceriler alanyazında sayı hissi kavramıyla açıklanmaktadır (Kayhan Altay, 2010; National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000; Reys ve Yang, 1998).

Sayı hissi, sayı sistemleri ve sayılar arasındaki ilişkileri kavrama, mantıklı tahminlerde bulunma, farklı akıl yürütme stratejilerini kullanabilme ve esnek hesaplamalar yapabilme gibi becerileri içeren bir yapıdır (McIntosh, Reys ve Reys, 1992; Shumway, 2011; Yang ve Sianturi, 2019a, 2019b). Gülbağcı Dede ve Şengül (2016) sayı hissine sahip bireylerin sayı ve işlem içeren durumları akla uygun şekilde yorumlayıp anlamlandırabildiklerini; karşılımlarına çıkan problemlerde en uygun çözüm yolunu belirleyip esnek şekilde kullanabildiklerini vurgulamaktadır. Örneğin, sayı hissine sahip bir öğrenci kesirlerle bölme algoritmasını bilmeseyse bile  $3\frac{1}{2} : \frac{1}{2}$  işleminin sonucunu bulurken  $3\frac{1}{2}$  kesrinin 7 tane yarım olduğunu düşünerek cevabın 7 olduğunu söyleyebilir (Van de Walle, Karp ve Williams, 2014) ya da  $3,91 \times 0,95$  işlemi sorulduğunda 0,95 ifadesi 1’den küçük olduğu için sonucun 3,91’den daha küçük olacağını tahmin edebilir (Graeber ve Tirosh, 1990; Greer, 1987; McIntosh vd., 1992). Diğer bir deyişle, çarpma işleminin daima sayıları büyütmeceğini ve bölme işleminin sayıları daima küçültmeceğini hissedebilir. Bu bağlamda, sayı hissini öğrencilerin algoritmaları ezberlemeksizin, işlemlerin anlam ve etkilerini yapılandırmaları açısından oldukça önemli olduğu söylenebilir. Alanyazında pek çok çalışma kesirleri algoritmalara dayalı olarak ezberleyen öğrencilerin kesir kavramını anlama düzeylerinin oldukça zayıf (Ball, 1990; Bush ve Karp, 2013; Gabriel, Coche, Szucs, Cayette, Rey ve Content, 2013; Hecht ve Vagi, 2012; Yang ve Huang, 2004) ve kesirlerle ilgili sorularda hata yapma oranlarının ise fazla olduğunu vurgulamaktadır (Clarke ve Roche, 2009; Ni ve Zhou, 2005; Riddle ve Rodzwell, 2000; Siegler ve Pyke, 2013; Tirosh, 2000; Van Hoof, Van de Walle, Verschaffel ve Van Dooren, 2014).

Riddle ve Rodzwell (2000)  $2\frac{1}{2} + \frac{3}{4}$  işleminin sonucunu kesirlerle işlemler konusunu henüz öğrenmemiş olan dördüncü sınıf öğrencilerine sorduklarında, öğrencilerin %40’u  $\frac{1}{2}$  kesrinin 2 tane  $\frac{1}{4}$  kesri olduğu düşüncesiyle verilen kesirleri bütüne tamamlamış ve soruyu doğru yanıtlamışlardır. Buna karşın, kesirlerle ilgili bazı dersleri alan 5. sınıf öğrencilerinin %22’si ortak bir payda bulma stratejisi kullanmış ancak hiçbir öğrenci soruyu başarılı bir şekilde çözememiştir. Clarke ve Roche (2009) ise  $\frac{3}{4}$  ve  $\frac{7}{9}$  kesrini karşılaştırırken 6. sınıf öğrencilerinin sadece %10’unun doğru yanıt verdiğini ve doğru yanıt veren öğrencilerin %40’ının her iki kesrin bütüne yakınlığını göz önüne alarak karşılaştırma yaptıklarını belirlemişlerdir. 1978 yılında yayımlanan National Assessment of Educational Progress (NAEP) raporuna göre, 8. sınıf öğrencilerine  $\frac{12}{13} + \frac{7}{8}$  işleminin yaklaşık sonucu sorulduğunda öğrencilerin sadece %24’ünün 2 yanıtını verdiğini, en yaygın yanıtın ise 19 olduğu sonucuna ulaşılmıştır (Carpenter, Corbitt, Kepner, Lindquist ve Reys, 1980). 2014 yılında yayımlanan raporda ise aynı soruya öğrencilerin yalnızca %27’sinin doğru yanıt verdiğini görülmektedir (Lortie-Forgues, Tion ve Siegler, 2015). Elde edilen bu sonuçlar açıkça göstermektedir ki, ezberlenmiş kural ve algoritmalar öğrencileri her zaman doğru sonuçlara götürmemekte ve öğrenciler sayı hissi kullanımında güçlükler yaşamaktadır. Halbuki sayı hissi matematik eğitiminde ve özellikle kesir öğrenme alanında oldukça önemli olup matematikteki temel kavramlardan biri olarak tanımlanmaktadır (Dekker ve Dolk, 2011; Feigenson, Libertus ve Halberda, 2013; Mohamed ve Johnny, 2010; NCTM, 2000; Östergren ve Träff, 2013). NAEP (2019) raporunda ise sayı hissini matematikteki en önemli beklentilerden biri olduğu belirtilmektedir.

Sayı hissini matematik eğitimindeki yeri ve önemi konusunda araştırmacılar arasında bir fikir birliği olmasına karşın, sayı hissine yönelik ortak bir sınıflandırma bulunmamaktadır. Şengül ve Gülbağcı Dede (2013) sayı hissi alanyazını inceledikleri çalışmalarında sayı hissi bileşeni olarak adlandırılan tüm sınıflandırmaları ortaya koymaya çalışmışlardır. Ancak çalışma sonunda sayı hissi kavramının sınırlarının net olarak çizilemediği ve bileşenler için ortak bir terminoloji oluşturulamadığı sonucuna varmışlardır. Örneğin, Greeno (1991) sayı hissini sayısal hesaplamada esneklik, sayısal tahmin ve niceliksel muhakeme ile çıkarım olmak üzere üç bileşeni olduğunu ifade etmiştir. Ancak Greeno (1991) tarafından “zihinden işlemlerde sayıları yeniden gruplandırabilmek için denk ifadeleri tanıma” becerisi olarak tanımlanan sayısal hesaplamada esneklik bileşeni McIntosh ve diğerleri (1992) tarafından “sayıların çoklu gösterimleri”, Yang (1995) tarafından “sayıları ayırıştırma ve yeniden birleştirme” olarak isimlendirilmiştir. Benzer şekilde, sayıların göreceli büyüklüğünü anlama becerisi McIntosh ve diğerleri (1992) tarafından “sayı büyüklükleri” olarak adlandırılırken, Reys ve diğerleri (1999) bu bileşeni “sayıların büyüklüğü ve anlamını kavrama” olarak isimlendirmiş ve kesir büyüklüklerini karşılaştırmaya yönelik sorularla ilişkilendirmişlerdir. Markovits ve Sowder (1994) ise sayı büyüklüğünü kavramanın sayıları karşılaştırma, sıralama gibi becerileri gerektirdiğini ifade etmiştir. Bu bağlamda, sayı hissi bileşenleri konusunda ortak bir görüş birliği bulunmamasına rağmen, işlemlerin ve bunların ilişkilerinin derinlemesine anlaşılması, sayılarla esnek işlemler yapma ve sayı bilgisinin sayısal durumlara uygulanması konusunda bir fikir birliği olduğu söylenebilir. Bu bakış açısıyla, Reys ve diğerleri (1999), alanyazında üzerinde hemfikir olunan altı bileşenden oluşan bir çerçeve geliştirmişlerdir. İlgili çalışmada altıncı bileşen olarak ifade edilen “sayıların eş gösterimlerini anlama” bileşeni bu çalışmada “eşdeğer ifadeleri kullanma ve anlama” bileşeni içerisinde değerlendirildiği için ayrı bir bileşen olarak ele alınmamıştır. Bu çalışmada ele alınan beş bileşen ise kesir konusuyla ilişkilendirilerek açıklanmıştır:

- Sayıların anlam ve büyüklüğünü anlama: Sayıların göreceli büyüklüğünü tanıma yeteneği ile ilişkilidir (McIntosh vd., 1992; Şengül, 2013). Örneğin,  $\frac{10}{11}$  ve  $\frac{14}{15}$  kesirlerinin bütüne uzaklıkları dikkate alınarak  $\frac{1}{11} > \frac{1}{15}$  olduğundan  $\frac{14}{15} > \frac{10}{11}$  sonucuna ulaşılması bu bileşen ile ilişkilidir (Der-Ching ve Hung-Jin, 2019).
- Eşdeğer ifadelerin anlaşılması ve kullanılması: Eşdeğer sayıları bilme ve gerektiğinde kullanabilme yeteneğidir (Şengül, 2013). Örneğin,  $\frac{1}{4}$  kesrinin  $\frac{2}{8}$ , %25, 0,25 gibi farklı biçimlerde temsil edilebilirliğinin farkında olmak bu bileşenle ilişkilidir (Lin, Yang ve Li, 2016).
- Esnek işlem yapma ve sonucun akla uygunluğuna karar verme: Yazılı hesaplama yapmadan problem çözme, zihinden tahmin stratejisi uygulama anlamına gelmektedir (McIntosh vd., 1992). Örneğin,  $\frac{1}{3}$ 'ten küçük üç kesrin toplamının 1'den küçük olduğunu fark etmek bu bileşen kapsamındadır (Gülbağcı Dede ve Şengül, 2016).
- İşlemlerin anlam ve etkisini anlama: Hesaplamalarda işlemler veya sayılar değiştirildiğinde sonucun nasıl değişeceğini anlama yeteneğidir (McIntosh vd., 1992; Yang, 2005). Örneğin,  $\frac{14}{25} \times \frac{7}{17}$  işleminde  $\frac{14}{25}$  kesrinin 1'den küçük,  $\frac{7}{17}$  kesrinin ise  $\frac{1}{2}$ 'den küçük olduğu düşüncesiyle sonucun  $\frac{1}{2}$ 'den küçük olacağına karar vermek bu bileşenle ilişkilidir (Lin vd., 2016).
- Ölçüm referansları: Referans noktası belirleme ve kullanma becerisidir (McIntosh vd., 1992). Örneğin, kendi boyunu referans olarak bir futbol sahasının uzunluğunu tahmin edebilmek bu bileşenle ilişkilidir (Şengül, 2013).

### **Çalışmanın Amacı ve Önemi**

Ulusal ve uluslararası alanyazında öğrenci ve öğretmen adaylarının sayı hissi stratejilerini belirtmeye (Aksakal, 2020; Aktaş ve Özdemir, 2017; Can ve Yetkin Özdemir, 2020; Gülbağcı Dede ve Şengül, 2016; Şengül ve Gülbağcı Dede, 2014; Şengül, 2013; Whitacre ve Nickerson, 2016; Yang ve Hsu, 2009; Yang ve Huang, 2004; Yang, 2005, 2006, 2007; Yang, Reys ve Reys, 2009; Yenilmez ve Yıldız, 2018), öğrencilerde sayı hissi gelişimine (Yang, 2006) ve sayı hissi ile farklı değişkenler arasındaki ilişkiyi açıklamaya (Can, 2019; Harç, 2010; Mohamed ve Johnny, 2010; Yang, 2005; Yang, Li ve Lin, 2008) yönelik pek çok çalışma yapıldığı görülmektedir. Öğrencilerin ve öğretmen adaylarının sayı hissi stratejilerinin incelendiği çalışmaların ortak sonuçlarından biri sayı hissi performansının düşük ve kural temelli çözümlere eğiliminin fazla olduğu; diğeri ise sayı hissi stratejilerini kullanma durumlarının sayı hissi bileşenlerine göre değişiklik gösterdiği (Aksakal, 2020; Aktaş ve Özdemir, 2017; Can ve Yetkin Özdemir, 2020; Harç, 2010; Gülbağcı Dede ve Şengül, 2016; Şengül ve Gülbağcı Dede, 2014; Şengül, 2013; Takır, 2016; Whitacre ve Nickerson, 2016; Yang ve Hsu, 2009; Yang ve Huang, 2004; Yang, 2005, 2007; Yang vd., 2009; Yenilmez ve Yıldız, 2018).

Çalışmanın örnekleme, konu alanına ya da çalışmada kullanılan sorulara bağlı olarak bazı çalışmalarda öğrencilerin işlemlerin anlam ve etkisini anlama bileşeninde (Yenilmez ve Yıldız, 2018), bazılarında ise ölçüm referansları bileşeninde (Harç, 2010) daha fazla sayı hissi temelli çözüm stratejisi kullandıkları belirlenmiştir. İlgili çalışmaların veri toplama araçları incelendiğinde ise Yenilmez ve Yıldız (2018)'in çalışmalarında işlemlerin anlam ve etkisini anlama bileşenine yönelik işlem formunda, Harç (2010)'ın çalışmasında ölçüm referansları bileşenine yönelik şekil formunda sorular kullandıkları görülmektedir. Can ve Yetkin Özdemir (2020)'in çalışmalarında ise öğrencilerin sayı hissi kullanımının yalnızca bağlam içeren şekil formundaki soruda anlamlı farklılık gösterdiği görülmüştür. Benzer şekilde, uluslararası alanyazında sayı hissi kullanımının soru formu bağlamında ele alındığı çalışmalara rastlamak mümkündür. Greenes, Schulman ve Spungin (1993) çalışmalarında öğrencilerin sayı hissini geliştirmelerine yönelik boşluk doldurma/senaryo tamamlama etkinlikleri önermiş ve bu etkinlikler aracılığıyla öğrencilerin sayı seçimlerinin makul olup olmadığını doğrulama, matematiksel ilişkileri anlama becerilerinin gelişeceğini vurgulamıştır. Yang (2006) ise Greenes ve diğerleri (1993) tarafından önerilen senaryo tamamlama çalışmalarından birini kullanarak dördüncü sınıf öğrencilerinin sayı hissini geliştirmeyi amaçlamış ve sayı hissi becerilerinin kullanılan bağlama göre gelişebileceği sonucuna ulaşmıştır. Buna karşın, Yang ve Hsu (2009), çalışmalarında " $\frac{15}{16} + \frac{11}{12}$ " işleminin sonucuna en yakın yanıt bulunuz" şeklinde sorulan işlem formundaki soruların öğrencilerin sayı hissi gelişimini olumlu yönde etkilediğini vurgulamışlardır. İlgili çalışmalardan elde edilen bu sonuçlar öğrencilerin sayı hissi kullanma durumlarının sayı hissi bileşenlerine göre farklılaştığını, kullanılan soru formunun yapısının öğrencilerin sayı hissi performansını etkilediğini göstermektedir (Can ve Yetkin Özdemir, 2020; Gülbağcı Dede ve Şengül, 2016; Greenes vd., 1993; İymen ve Duatepe-Paksu, 2015; Yang ve Hsu, 2009; Yang, 2006).

Kullanılan soru formunun yapısına ek olarak sayı hissi ile farklı değişkenler arasındaki ilişkinin incelendiği pek çok çalışmada sayı hissini matematik başarısına göre anlamlı bir şekilde değiştiği görülmüştür (Harç, 2010; Mohamed ve Johnny, 2010; Yang, 2005; Yang vd., 2008; Yenilmez ve Yıldız, 2018). Harç (2010) ve Yang (2005)'in 6. sınıf öğrencilerine şekil ve işlem formunda sorular yönelttikleri çalışmalarında matematik başarıları yüksek olan öğrencilerin diğer öğrencilere göre daha fazla sayı hissi stratejisi kullandıkları ifade edilmektedir. Benzer şekilde, Yang ve diğerleri (2008) 5. sınıf öğrencilerinin sayı hissi ile matematik başarıları arasında anlamlı bir ilişki olduğunu vurgulamışlardır. Ayrıca öğrencilerin en iyi performansı sayıların anlam ve büyüklüğünü anlama bileşenine yönelik işlem formundaki soruda gösterdikleri sonucuna ulaşmışlardır. Ancak Can (2019)'ın 4. sınıf öğrencilerinin bağlam içeren ve bağlam içermeyen problemlerde sayı hissi kullanma durumlarının incelendiği çalışmasında akademik başarıları düşük düzeyde olan öğrencinin orta ve yüksek akademik başarılı öğrencilerle benzer performans gösterdikleri ortaya konulmuştur.

Alanyazında yukarıda yer verilen çalışmalar birlikte ele alındığında ulaşılan farklı sonuçların kullanılan soru formunun yapısından kaynaklanmış olabileceği düşünülmektedir. Buna karşın, alanyazında soru formları açısından başarı düzeyleri farklı öğrencilerin sayı hissi kullanma durumlarını karşılaştırmalı olarak inceleyen bir çalışmaya rastlanmamıştır. Bu açıdan başarı düzeyleri farklı öğrencilerin farklı soru yapılarında sayı hissi kullanma durumlarının incelenmesi hem alan yazındaki boşluğu dolduracak olması hem de öğrencilerin sayı hissi gelişimlerine katkı sağlanması açısından önemlidir. Ayrıca farklı formlardaki sorularda sayı hissi kullanımının incelenmesi öğretmen ve program geliştiricilere yol gösterici olması açısından değerlidir. Buna ek olarak kesirler konusunun matematik eğitimindeki yeri ve bu konuda sayı hissi kullanımının önemi dikkate alındığında çalışmanın sayı hissi aracılığıyla kesirlerin öğretilmesine katkı sunacağı düşünülmektedir.

Belirtilen nedenler göz önüne alınarak bu çalışmada başarı düzeyleri farklı sekizinci sınıf öğrencilerinin kesirler konusuna yönelik şekil, işlem ve senaryo formundaki sorularda kullandıkları sayı hissi stratejilerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Bu bağlamda, mevcut çalışmada aşağıdaki soruların cevabı araştırılmıştır:

1. Akademik başarı düzeyleri farklı sekizinci sınıf öğrencilerinin kesirler konusuna yönelik farklı formlardaki sorularda sayı hissi stratejilerinden yararlanma durumları nasıldır?
2. Akademik başarı düzeyleri farklı sekizinci sınıf öğrencilerinin farklı formlardaki sorularda kullandıkları sayı hissi stratejilerindeki farklılıklar nelerdir?

### Yöntem

Bu çalışmada nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması modeli kullanılmıştır. Durum çalışması sınırlı bir sistemin (bir durumun) çoklu bilgi kaynakları aracılığıyla detaylı ve derinlemesine betimlendiği ve incelendiği bir yaklaşımdır (Creswell, 2018). Bu çalışma ise, akademik başarı düzeyleri farklı sekizinci sınıf öğrencilerinin kesirler konusuna yönelik farklı formlardaki sorularda sayı hissi becerilerinin detaylı ve derinlemesine incelenmesi amaçlandığından, bir durum çalışmasıdır.

#### Çalışma Grubu

Amaçlı örnekleme yöntemi kullanılarak belirlenen bu çalışmanın çalışma grubunu 2020-2021 eğitim öğretim yılında, İstanbul ilinde bulunan bir ortaokuldaki üç sekizinci sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Çalışmada amaçlı örnekleme yöntemi seçilmesinin nedeni, bu yöntemin çalışmanın amacı doğrultusunda bilgi açısından zengin durumların seçilerek, probleme en iyi şekilde yanıt verebilecek belirli bir kişinin ya da bir grubun belirlenmesine olanak sağlamasıdır (Creswell, 2018). Bu nedenle, farklı akademik başarı düzeyindeki öğrencilerden öğretmen görüşleri ve sınıf içi gözlemler doğrultusunda seçilen ve araştırma problemine en uygun yanıtları verebileceği düşünülen üç sekizinci sınıf öğrencisi ile çalışma yürütülmüştür. Çünkü, araştırma için hedeflenen ilköğretim matematik öğretimi programındaki kazanımların tamamı bu sınıf düzeyindeki öğrenciler tarafından öğrenilmiş olup farklı konu alanlarıyla ilişkilendirilmiştir. Çalışmanın etiği açısından çalışma grubu gönüllülük esasına dayalı olarak oluşturulmuş, öğrencilerden ve velilerden onam formları alınmıştır. Ayrıca çalışmada katılımcıların gerçek isimleri kullanılmamıştır.

Çalışma grubunda yer alan öğrenciler 5. sınıftan itibaren aynı sınıfta öğrenim görmekte olup başarı düzeyleri birbirinden farklıdır. Öğrencilerin başarı seviyeleri 5, 6 ve 7. sınıftaki matematik dersi not ortalamalarına göre sınıflandırılmış ve Tablo 1’de belirtilmiştir.

**Tablo 1.** Başarı Düzeylerine Göre Öğrenci Kod İsimleri

Öğrenci Kod İsimleri	Başarı Seviyeleri	Not Ortalamaları
Ali	Yüksek Başarı (YB)	98,86
İnci	Orta Başarı (OB)	80,55
Su	Düşük Başarı (DB)	52,77

### Veri Toplama Aracı

Nitel araştırmalarda elde edilen veriler, doğası gereği ve güvenilirliğin sağlanması açısından çeşitli veri toplama araçlarından yararlanılarak toplanmalıdır (Merriam, 2015). Bu çalışmanın verileri araştırmacılar tarafından geliştirilen Sayı Hissi Testinden (bkz. Ek-1) ve yarı yapılandırılmış görüşmelerden yararlanılarak toplanmıştır. Yarı yapılandırılmış görüşme video konferans uygulaması aracılığıyla gerçekleştirildiğinden video ve ses kaydı da alınmıştır.

Sayı Hissi Testindeki sorular kesirler konusuna yönelik olarak (i) sayıların anlam ve büyüklüğünü anlama, (ii) eşdeğer ifadelerin anlaşılması ve kullanılması, (iii) esnek işlem yapma ve sonucun akla uygunluğuna karar verme, (iv) işlemlerin anlam ve etkisini anlama, (v) ölçüm referansları bileşenlerine göre oluşturulmuştur. Tablo 2’de ve Ek-1’de detaylı şekilde verilmiş olan soruların hangi kazanım ve sayı hissi bileşenine ait olduğu özetlenmiştir.

**Tablo 2.** Sayı Hissi Bileşenlerine Yönelik Hazırlanan Soruların Ait Olduğu Kazanımlar

Sayı Hissi Bileşeni	Kazanımı	Soru Numaraları*
Sayıların anlam ve büyüklüğünü anlama	Kesirleri karşılaştırır, sıralar ve sayı doğrusunda gösterir	Ş-1, İ-1, S-1
Eşdeğer ifadelerin anlaşılması ve kullanılması	Kesirleri karşılaştırır, sıralar ve sayı doğrusunda gösterir	Ş-2, İ-2, S-2
Esnek işlem yapma ve sonucun akla uygunluğuna karar verme	Kesirlerle toplama ve çıkarma işlemi yapar**	Ş-3, İ-3, S-3 Ş-4, İ-4, S-4
İşlemlerin anlam ve etkisini anlamak	Kesirlerle çarpma işlemi yapar	Ş-5, İ-5, S-5
Ölçüm referansları	Kesirlerle bölme işlemi yapar	Ş-6, İ-6, S-6

\* Soru numaralarındaki kısaltmalarda Ş (şekil formu), İ (işlem formu), S (senaryo formu) kullanılmıştır.

\*\* İlgili bileşende toplama ve çıkarma işlemi ayrı şekilde ele alınmış ve iki ayrı sorunun farklı formları sorulmuştur.

Tablo 2’de açıklanan her bir sayı hissi bileşeninin ait olduğu kazanım doğrultusunda aynı sayıların kullanıldığı sorular şekil, işlem ve senaryo formlarında olmak üzere farklı biçimlerde hazırlanmıştır. Veri toplama aracındaki sorulara yönelik iki matematik eğitimcisinin ve alanında uzman bir öğretim üyesinin görüşleri alınmıştır. İlk olarak iki matematik eğitimcisine Sayı Hissi Testindeki soruların hedeflenen kazanımlara yönelik olup olmadığı, ardından alan uzmanına soruların farklı türdeki sayı hissi bileşenlerini temsil edip etmediği sorulmuştur. Ayrıca uzmanlar soruların ifade edilmiş biçimlerini, zorluk derecelerini ve ölçmek istediği şeyi ne derecede ölçtüğünü incelemişlerdir. Uzmanların görüşleri doğrultusunda (iii) esnek işlem yapma, sonucun akla uygunluğuna karar verme ve (v) ölçüm referansları bileşenine yönelik hazırlanan sorular aynı sorunun farklı formlarını temsil etmediği gerekçesiyle yeniden yapılandırılmıştır. Ayrıca senaryo formundaki sorularda tesadüfi başarının en aza indirilmesi amacıyla bırakılan boşluk sayısının bir fazlası kadar öğrencilere seçenek sunulmuştur. Şekil ve işlem formundaki sorular ise öğrencilerin alternatif düşünme olasılığını artırmak amacıyla çoktan seçmeli hazırlanmıştır. Yapılan değişiklikler sonrasında tekrar uzman görüşü alınarak Sayı Hissi Testine son hali verilmiştir (bkz. Ek-1).

Şekil formundaki soru: Kesirlerin şekillerle gösteriminin yapıldığı soru çeşididir. Çalışmada kullanılan şekil formundaki sorular araştırmacılar tarafından alanyazında yapılan çalışmalar ve öneriler doğrultusunda (Van de Walle vd., 2014; Yang ve Hsu, 2009) hazırlanmıştır.

İşlem formundaki soru: Kesirler konusuna yönelik karşılaştırma, toplama-çıkarma, çarpma-bölme işlemlerinin matematiksel soru şeklinde hazırlanmış formudur. Çalışmada kullanılan işlem formundaki sorulardan İ-4 (bkn. Ek-1) doğrudan alanyazından (NAEP, 1978, aktaran Carpenter vd., 1980; NAEP, 2014, aktaran Lortie vd., 2015) alınmış olup, diğer işlem formundaki sorular ise alanyazındaki çalışmalar doğrultusunda (Lin vd., 2016; Markovits ve Sowder, 1994; Yang, 2007; Yang ve Hsu, 2009; Zanzali ve Ghazali, 1999) hazırlanmıştır.

Senaryo formundaki soru: Kesirler konusuna yönelik olarak öğrencilere bir senaryonun verildiği ve senaryodaki anlam bütünlüğünü sağlayacak şekilde metindeki boşlukların doldurulacağı soru çeşididir. Bu çalışmada her bir sayı hissi bileşenine yönelik farklı bağlamlarda senaryolar hazırlanmıştır. Sayıların anlam ve büyüklüğünü anlama bileşenine yönelik olarak "Red-Kit", esnek işlem yapma ve sonucun akla uygunluğuna karar verme bileşeninde "80 Günde Devr-i Alem", işlemlerin anlam ve etkisini anlama bileşenine yönelik ise "Alice Harikalar Diyarında" gibi hikâyelerin kesirler öğrenme alanıyla ilişkilendirildiği senaryolar oluşturulmuştur. İlgili hikâyelerin bağlamları hedeflenen kazanımlara yönelik olduğundan (Van de Walle vd., 2014) senaryolar bu hikâyeler çerçevesinde hazırlanmıştır. Ölçüm referansları, eşdeğer ifadelerin anlaşılması ve kullanılması bileşenlerine yönelik senaryolar ise araştırmacılar tarafından gerçek hayat bağlamında tasarlanmıştır.

### Süreç

Çalışmada geliştirilen Sayı Hissi Testine dayalı olarak üç ayrı uygulama formu hazırlanmıştır. Tablo 3'te her bir uygulamadaki soruların soru formlarına göre dağılımı verilmiştir. Her bir uygulamada farklı kazanımlara yönelik 2 tane işlem formunda, 2 tane şekil formunda ve 2 tane senaryo formunda olmak üzere her formda 6, toplamda 18 soru sorulmuştur.

**Tablo 3.** Her Bir Uygulamadaki Soru Formlarının Dağılımı

Soru Numarası	Uygulama-1	Uygulama-2	Uygulama-3
1	Ş-1	Ş-3	Ş-5
2	Ş-2	Ş-4	Ş-6
3	İ-3	İ-5	İ-1
4	İ-4	İ-6	İ-2
5	S-5	S-1	S-3
6	S-6	S-2	S-4

Çalışmanın verileri 3 oturumda toplanmıştır. Her bir oturum öğrenciler için uygun zamanlarda gerçekleştirilmiş ve ilk oturumda Uygulama-1, ikinci oturumda Uygulama-2, üçüncü oturumda Uygulama-3 yapılmıştır. Her üç uygulama birbirine paraleldir. Uygulamalarda kullanılan sayılar aynı fakat sunulan yollar farklı olduğundan oturumlar birer hafta aralıklarla gerçekleştirilmiştir. Ayrıca her oturumda bir öğrenciyle görüşülmüştür. Öğrenciler birbirleriyle etkileşime girmemişlerdir. Tablo 4'te her bir oturumda hangi uygulamanın yapıldığı, katılımcı ile gerçekleştirilen oturum tarihleri ve süreleri görülmektedir.

**Tablo 4.** Katılımcılarla Gerçekleştirilen Görüşme Süreleri ve Tarihleri

Oturum	Tarih	Ali	İnci	Su
Uygulama-1	20.01.2021	45' 11"	50' 57"	36' 35"
Uygulama-2	27.01.2021	40' 54"	38' 37"	35' 25"
Uygulama-3	03.02.2021	39' 27"	53' 40"	43' 57"

Çalışma Covid-19 nedeniyle uzaktan eğitime geçildiği dönemde gerçekleştirildiğinden çalışmanın verileri video konferans uygulaması aracılığıyla senkron olarak toplanmıştır. Katılımcılara veri toplama süreci boyunca oturumların kamera kaydının alınacağı belirtilmiş ve hiçbir katılımcı tedirginlik duymamıştır. Veri toplama aracı bilgisayar ortamında öğrencilerle paylaşılmıştır. Öğrencilerden soruları yüksek sesle düşünerek çözmeleri istenmiş ve bilgisayar ekranında istedikleri gibi çözüm yapabilecekleri belirtilmiştir. Öğrenciler video konferans uygulamasındaki çizim araçlarını kullanarak bilgisayar ekranı üzerinde çözümlerini gerçekleştirmişlerdir. Ancak özellikle kural temelli çözümlere başvurdukları bazı durumlarda kâğıt-kalem kullanarak soruları yanıtlamışlardır. Öğrenci ilgili soruyu çözdükten hemen sonra soruya yönelik görüşme gerçekleştirilmiştir. Bu görüşme sürecinde tüm öğrencilerden soruyu nasıl çözdüklerini detaylı şekilde açıklamaları istenmiştir. Ayrıca kural temelli çözüm yolunu kullanan öğrencilerin sayı hissi temelli çözüm yolunu fark edip etmediklerini belirlemek amacıyla öğrencilere, "Bu problemi nasıl çözdüğünü açıklar mısınız?",

“Problemi farklı bir yolla çözebilir misin?” gibi sorular sorulmuştur. Uygulamalar esnasında süre olarak bir sınırlandırma yapılmamış, öğrencilere soru ile ilgili ekleme yapmak istedikleri bir şey olup olmadığı sorulduktan sonra yeni soruya geçilmiştir.

### ***Geçerlik ve Güvenirlik***

Nitel araştırmalarda doğru bilgiye ulaşma konusunda geçerli önlemlerin alınması “geçerlik”; araştırma sürecinin bir başka araştırmacının değerlendirmesine olanak verecek biçimde tanımlanması “güvenirlik” olarak tanımlanmaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2016). Bu çalışmanın geçerlik ve güvenilirliği Guba ve Lincoln (1982) tarafından belirlenen kriterler bağlamında açıklanmıştır.

**İnanılabilirlik:** Araştırmacılardan biri aynı zamanda uygulayıcı öğretmen olduğundan çalışma grubundaki öğrencilerle 3 yıllık süre boyunca etkileşim sağlamıştır. Araştırmanın verilerini 3 ayrı oturumda ve iki haftada toplamıştır. Houser (2015)’in belirttiği gibi, sürekli aynı ortamda bulunmak karşılıklı güvene dayalı bir ilişkinin kurulmasını, doğru ve eksiksiz yanıtlar alınmasını sağlar. Bu sayede katılımcılar samimi yanıtlar vermiştir. Ayrıca araştırmanın her aşamasında sayı hissi alanında ulusal ve uluslararası alanda çalışmaları mevcut olan matematik eğitimcisi bir öğretim üyesinden uzman görüşü alınmıştır. Bu incelemede uzman, araştırmanın deseninden toplanan verilere, bunların analizine ve sonuçların yazımına kadar tüm süreci eleştirel bir gözle değerlendirmiş ve geri bildirimlerde bulunmuştur.

**Aktarılabirlik:** Bu çalışmada aktarılabirliğin sağlanması amacıyla çalışma grubunun nasıl seçildiği, katılımcıların özellikleri ve çalışma ortamı detaylı şekilde açıklanmıştır. Ayrıca çalışmanın bulguları öğrenci çözümlerinden birebir alıntılar yapılarak sunulmuştur. Öğrencilerin soruları yanıtlarken kullandıkları sayı hissi stratejileri öğrencilerin sesli ve yazılı çözümleri ve yarı yapılandırılmış görüşmeler aracılığıyla derinlemesine incelenmiştir. Öğrenci çözümleri ve ses kayıtları istenildiği takdirde araştırmacıların incelemesine sunulacak şekilde kayıt altına alınmıştır.

**Güvenirlik:** Durum çalışmalarında güvenilirlik araştırma sürecinin açıkça tanımlanması, dokümanlarla desteklenmesi ve uzman görüşlerine başvurulması yoluyla sağlanır (Öztuna Kaplan, 2013). Bu çalışmada araştırma süreci açıkça tanımlanmış, dokümanlarla desteklenmiş ve uzman görüşlerine başvurulmuştur. Çalışmanın verileri toplanırken çeşitleme yapılmıştır. Öğrencilerle yapılan görüşme ve öğrencilerin yazılı yanıtları veri toplama aracı olarak kullanılmıştır. Ayrıca çalışma sürecinin her aşamasında bir alan eğitimi uzmanından, veri toplama aracının geliştirilmesi sürecinde 3 farklı matematik eğitimcisi uzman görüşü alınmıştır. Böylece çalışmanın öznel yargılardan uzak tutulması için önlem alınması sağlanmıştır.

### ***Verilerin Analizi***

Verilerin toplanması sürecinde öğrenci notları ve yarı yapılandırılmış görüşmelerin video ve ses kayıtları olmak üzere çeşitli veri toplama araçları kullanılmıştır. Bu nedenle verilerin çözümlenmesi sürecinde ilk olarak yarı yapılandırılmış görüşmeler süresince elde edilen ses kayıtlarının dökümü yapılmıştır. Dökümü yapılan veri seti, içerik analizi tekniklerinden biri olan kategorisel analiz tekniği ile iki aşama da çözümlenmiştir. Kategorisel analiz belirli bir mesajın önce birimlere bölünmesini, ardından bu birimlerin belirli kriterlere göre kategoriler halinde gruplandırılmasını ifade eder (Bilgin, 2006). Bu çalışmada matematik eğitimi alanında doktora yapan bir araştırmacı ve sayı hissi üzerine çalışan bir öğretim üyesi tarafından ilk aşamada öğrenci yanıtları doğru, yanlış ve boş olarak kategorilere ayrılmıştır. İkinci aşamada ise doğru yanlış kategorilerindeki yanıtlar Der-Ching ve Hung-Jin (2019)’in çalışmalarındaki kriterler temel alınarak sayı hissi temelli (SHT), kısmi sayı hissi temelli (KSHT), kural temelli (KT) ve hatalı açıklama (HA) olmak üzere dört kategoride incelenmiştir. Tablo 5’te öğrencilerin vermiş oldukları yanıtların hangi kriterlere göre ne şekilde değerlendirildiği örneklerle açıklanmıştır.

**Tablo 5.** Doğru-Yanlış Kategorilerindeki Yanıtların Değerlendirilmesi

Çözüm Stratejisi	Değerlendirme Kriterleri	Örnek
Sayı Hissi Temelli Çözüm (SHT)	Algoritma kullanmadan sayı ve işlemleri esnek olarak kullanır.	(Ş-2) "Her iki şekilde verilen taralı bölge bütünün çeyreğidir, bu nedenle her iki kesir birbirine eşittir" yanıtı kural ve algoritmalara bağlı kalmaksızın eşdeğer ifadelerin anlaşılıp kullanılabilmesini gösterdiğinden SHT olarak değerlendirilmiştir.
Kısmi Sayı Hissi Temelli Çözüm (KSHT)	Problemi çözmek için sayı hissi kavramını kullanmasına rağmen bazı kural ve formüllerde kullanır.	(Ş-1) "Şıklardan gidip tüm kesirlerin paydasını eşitleyerek küçükten büyüğe sıralayacağım. A ve D şıkkı uygun ama en uygunu soruyor. O zaman yarıma yakınlıktan giderim" yanıtı ilk olarak kural temelli çözüm stratejisi kullanıldığını ancak bu çözüm karar vermek için yeterli olmadığından kalan seçeneklerde sayı hissi temelli çözüm yapıldığını gösterdiğinden KSHT olarak değerlendirilmiştir.
Kural Temelli Çözüm (KT)	Standart hesaplamalar yapar. Belirli algoritmaları takip ederek sonuca ulaşır.	(S-1) "Sayıların paydasını eşitledim ve metinde verilen bilgilere göre sıraladım" yanıtında yalnızca standart hesaplamalar yapıldığından KT olarak değerlendirilmiştir.
Hatalı Açıklama (HA)	Soruyu doğru olarak yanıtlar ancak yaptığı açıklamalar anlamsızdır. Sorunun cevabını yanlış olarak yanıtlar ve anlamsız açıklamalar yapar.	(Ş-5) "Tüm seçeneklerde 100 var, C'de 50 var. Ben C diyorum" şeklindeki öğrenci yanıtı hiçbir matematiksel temeli olmadığından hatalı açıklama olarak değerlendirilmiştir.

Öğrenci yanıtları doğru ve yanlış olarak kategorize edilip sayı hissi kullanma durumları belirlendikten sonra her bir sayı hissi bileşenine göre farklı formlardaki sorularda sayı hissi kullanma durumları incelenmiştir. Bu bağlamda, araştırmacıların değerlendirmelerindeki görüş birliği Miles ve Huberman (1994)'in belirttiği Uzlaşma Yüzdesi =  $[Görüş Birliği / (Görüş Birliği + Görüş Ayrılığı)] \times 100$  formülü ile hesaplanmıştır. Bu hesaplama sonucunda uzlaşma yüzdesi %90 olarak bulunmuştur. Güvenirlik hesaplarının %70'in üzerinde çıkması, araştırma için güvenilir kabul edilmektedir (Miles ve Huberman, 1994). Bu çalışmada elde edilen oran güvenilir olarak kabul edilmesine rağmen veri analizini gerçekleştiren iki araştırmacı ve uzman tekrar bir araya gelmiş ve görüş ayrılığına düşülen noktalar üzerinde ortak bir görüşe varıncaya kadar tartışılmıştır. Araştırmacılar özellikle KSHT çözüm yolu kategorisinde anlaşmazlık yaşamış olup öğrencinin payda eşitledikten sonra kesirlerin yarıma veya bütünlüğüne yakın olduğuna bakmaları kodlayıcılardan biri tarafından SHT, diğeri tarafından KSHT olarak kodlanmıştır. Ancak sorunun çözümünde öğrenci algoritmaya bir kez bile başvurursa o sorudaki çözümün KSHT olarak kodlanmasına karar verilmiştir. Her iki araştırmacının da kararsızlık yaşadığı durumlarda ise sayı hissi konusunda bilgilendirilen iki matematik eğitimcisinden yalnızca ilgili sorular bağlamında görüş alınmıştır. Veriler belirtilen şekilde kodlandıktan sonra yüzde ve frekans bazında nicel olarak değerlendirilmiştir. Bununla birlikte bulgularda katılımcıların soru çözümlerinde kullandıkları stratejilere yönelik doğrudan alıntılar yapılarak öğrencilerin sayı hissi kullanma durumları derinlemesine incelenmiştir.

## Bulgular

Araştırmadan elde edilen bulgular, çalışmanın amacı ve alt problemlerini destekleyecek şekilde sırasıyla sunulmuştur.

### *Birinci Alt Probleme Ait Bulgular*

Çalışmanın birinci alt problemi doğrultusunda akademik başarı düzeyi farklı öğrencilerin farklı formlardaki sorularda kullandıkları sayı hissi stratejilerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Tablo 6’da şekil, işlem ve senaryo formlarının çözümünde kullanılan stratejilerin, SHT, KSHT, KT ve HA kategorilerine göre dağılımı yer almaktadır. Bu bağlamda akademik başarı düzeyleri farklı 3 öğrencinin farklı formlardaki 18 soruya vermiş oldukları 54 cevap analiz edilerek aşağıda sunulmuştur.

**Tablo 6.** Soru Formlarına Göre Kullanılan Çözüm Stratejilerinin Akademik Başarılarına Göre Dağılımı

Soru Formu	Başarı Düzeyi	Matematiksel Doğruluk Durumu (Frekans/Yüzde [%])							
		Doğru			Yanlış				Boş
		SHT	KSHT	KT	SHT	KSHT	KT	HA	
Şekil Formu	Ali (YB)	4 (22,2)	2(11,1)	-	-	-	-	-	-
	İnci (OB)	1 (5,5)	2 (11,1)	1 (5,5)	-	1 (5,5)	1 (5,5)	-	-
	Su (DB)	2 (11,1)	-	-	1 (5,5)	-	1 (5,5)	2 (11,1)	-
	<b>Toplam</b>	<b>7(38,8) *</b>	<b>4 (22,2)</b>	<b>1 (5,5)*</b>	<b>1 (5,5)</b>	<b>1 (5,5)</b>	<b>2 (11,1)</b>	<b>2 (11,1)</b>	
İşlem Formu	Ali (YB)	2 (11,1)	3 (16,6)	1(5,5)	-	-	-	-	-
	İnci (OB)	1 (5,5)	1 (5,5)	4(22,2)	-	-	-	-	-
	Su (DB)	-	-	-	1(5,5)	1(5,5)	3 (16,6)	-	1(17)
	<b>Toplam</b>	<b>3(16,6) *</b>	<b>4 (22,2)</b>	<b>5 (27,7)*</b>	<b>1 (5,5)</b>	<b>1 (5,5)</b>	<b>3 (16,6)</b>	<b>2 (11,1)</b>	
Senaryo Formu	Ali (YB)	3 (16,6)	2 (11,1)	1(5,5)	-	-	-	-	-
	İnci (OB)	-	-	3(16,6)	-	-	3(16,6)	-	-
	Su (DB)	1 (5,5)	-	-	-	-	1(5,5)	3(16,6)	1(5,5)
	<b>Toplam</b>	<b>4(22,2) *</b>	<b>2 (11,1)</b>	<b>4 (22,2)</b>	-	-	<b>4 (22,2)</b>	<b>3(16,6)</b>	<b>1(5,5)</b>

Tablo 6’da öğrencilerin farklı formlardaki sorulara verdikleri doğru yanıtlar SHT çözüm stratejisi açısından karşılaştırıldığında yanıtların sırasıyla şekil formu (%38,8), senaryo formu (%22,2) ve işlem formu (%16,6) şeklinde olduğu görülmektedir. Öğrenciler kural temelli çözüm stratejisine ise en fazla işlem formunda (%27,7) verilen sorularda başvurmuşlardır. Ayrıca öğrenciler en fazla yanlış yanıtı KT çözüm stratejisiyle çözdükleri sorularda yapmışlardır. Öğrencilerin farklı formlardaki sorularda kullandıkları stratejiler akademik başarıları bağlamında incelendiğinde şekil, işlem ve senaryo formu fark etmeksizin tüm sorulara doğru yanıt veren ve SHT çözüm stratejisi kullanan öğrencinin Ali (YB) olduğu Tablo 6’da açıkça görülmektedir. Şekil ve senaryo formundaki sorularda ise Su (DB), İnci (OB)’ye göre daha fazla SHT çözüm stratejisine başvurmuş ve soruları yanıtlamıştır. Buna karşın Su (DB)’yun senaryo (2 soru) ve şekil (1 soru) formundaki soruları SHT çözüm stratejisi kullanarak doğru çözerken, işlem formundaki tüm soruları yanlış yanıtlaması dikkat çekicidir.

### *İkinci Alt Probleme Ait Bulgular*

Öğrencilerin şekil, işlem ve senaryo formunda kullandıkları çözüm stratejilerini derinlemesine incelemek amacıyla yarı yapılandırılmış görüşmelerden elde edilen öğrenci düşünceleri ve örnek cevapları her bir sayı hissi bileşenine göre karşılaştırmalı olarak açıklanmıştır.

#### *a) Sayıların anlam ve büyüklüğünü anlama*

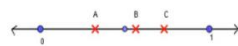
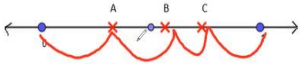
“Sayıların anlam ve büyüklüğünü anlama” bileşeninde “kesirleri karşılaştırır, sıralar ve sayı doğrusunda gösterir” kazanımına yönelik farklı formlarda hazırlanmış soruları yanıtlarken öğrencilerin kullandıkları çözüm stratejileri Tablo 7’de verilmiştir.

**Tablo 7.** Sayıların Anlam ve Büyüklüğünü Anlama Bileşeninde Öğrencilerin Çözüm Stratejileri

	Şekil Formu		İşlem Formu		Senaryo Formu	
	Doğru	Yanlış	Doğru	Yanlış	Doğru	Yanlış
Ali (YB)	KSHT		KSHT		KSHT	
İnci (OB)	KSHT		KSHT		KT	
Su (DB)		KT		KSHT		KT


Tablo 7’de öğrencilerin yanıtları –kullandıkları çözüm stratejileri açısından– soru formuna bakılmaksızın değerlendirildiğinde Ali(YB) ve İnci(OB)’nin ağırlıklı olarak KSHT, Su(DB)’yun ise KT çözüm stratejisi kullandığı söylenebilir. Ayrıca Ali ve İnci tüm soruları doğru yanıtlarken, Su ise yanlış yanıtlamıştır. Öğrencilerin yanıtlarındaki farklılaşmanın derinlemesine incelenmesi amacıyla Tablo 8’de her bir öğrencinin şekil, işlem ve senaryo formundaki sorulara verdikleri cevaplar karşılaştırmalı olarak sunulmuştur.

**Tablo 8.** Sayıların Anlam ve Büyüklüğünü Anlama Bileşenine Ait Öğrenci Yanıtları

Şekil Formu		
Ali (KSHT)	İnci (KSHT)	Su (KT)
<p>A: ...Hepsinin paydasını eşitleyip küçükten büyüğe sıralayacağım. Hem A hem D seçeneği uygun ama en uygunu soruyor. O zaman (D seçeneği) yarıma yakınlıktan gideceğim. 42/105 yarımdan küçük, 60/105 yarımdan çok az büyük ki öyle <b>olmalı zaten, 70/105 yarımdan büyük...</b> O yüzden D... Araştırmacı: A ile D arasında nasıl karar verdin?</p> <p>A: B ve C arasındaki farkın daha az olması gerekiyor. Ama A’da 36/36 olarak düşünsek C ile 1 arasında 4 birimlik bir boşluk olması gerekirken B ile C arasındaki boşluk daha az olmalı.</p>	<p>Öncelikle paydalarını eşitledim. Zaten hepsi küçükten büyüğe sıralanmış. Bu yüzden C ve B seçeneği olmaz. A ve D seçeneğinin ikisi de oluyor. Ama şöyle: (A seçeneği için) B’nin yarıma yakın ama yarımdan büyük olması lazım. Yani 18/36’ya yakın olmalı ama 27/36 tama yakın. O yüzden A seçeneği olmaz. Cevap D’dir.</p>	<p>S: Aralıkları mı sayacağız? A: Aralıkları saydığımızda neyi bulmuş olacaksınız? S: Yani, hocam burada sayı yok... Şimdi B’ye kadar 3 aralık var, toplamda 4 olacağına göre B <math>\frac{3}{4}</math> olmalı. A: ...A ve C’yi nasıl buluruz? S: Bilemiyorum... Ben A derdim.</p>
		
	<p>Sayı doğrusunda A, B ve C harfleriyle gösterilen yerlere soruyla eşleşen sayıların hangilerinin yazılması en uygundur? Açıklayınız.</p> <p>A) <math>\frac{4}{5}, \frac{3}{4}, \frac{2}{3}, \frac{1}{2}</math> <math>\frac{16}{20}, \frac{15}{20}, \frac{12}{20}</math> B) <math>\frac{2}{3}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}</math> <math>\frac{20}{20}, \frac{15}{20}, \frac{12}{20}, \frac{16}{20}</math> C) <math>\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{2}{3}, \frac{4}{5}</math> <math>\frac{12}{20}, \frac{15}{20}, \frac{16}{20}, \frac{20}{20}</math></p>	

Tablo 8. Devamı

## İşlem Formu

Ali (KSHT)	İnci (KSHT)	Su (KSHT)
<p>A seçeneği yanlış çünkü <math>2/3</math> yarımından fazla, <math>2/5</math> yarımından azdır.</p> <p>B seçeneği yanlış, <math>4/7</math> bütüne daha yakındır.</p> <p>C seçeneğinde <math>2/5</math> kesri <math>2/3</math> kesrine göre yarıma daha yakındır diyor. Şimdi <math>2,5/5</math> ve <math>1,5/3</math> var, ikisinin de yarıma gelmesine ne kadar var? Galiba ben payda eşitleyeceğim. <math>6/15</math> ve <math>10/15</math> olur. <math>6/15</math>'in yarıma <math>1,5</math> fark varken, <math>10/15</math>'in <math>2,5</math> fark var, demek ki, <math>6/15</math>, yani <math>2/5</math> daha yakın yarıma. Yani bu doğru olur.</p> <p>D seçeneğinde <math>2/5</math> daha yarım olamamışken, <math>4/7</math> yarımı geçmiş, yani D yanlış. Ben cevabı C buldum.</p>	<p>A şıkkı yanlış çünkü paydası küçük olan daha büyüktür <b>kuralına uyararak</b> yanlış olur.</p> <p>B şıkkında ben <b>genişletme</b> yaptım. <math>4/7</math> bütüne daha yakın oluyor. Yani <math>17,5/35</math> tam ortası olur ama <math>30/35</math> <b>yarımı geçmiş, diğeri geçememiş</b>.</p> <p>C'de paydayı eşitleriz. <math>6/15</math> ve <math>10/15</math> (yarısı <math>7,5</math>); ilki yarım olmamış, diğeri yarımı geçmiş. O yüzden doğru olur.</p> <p>D'de <b>payda eşitledim, payı büyük olan daha büyüktür</b>.</p>	<p>A şıkkında pastaya göre değerlendiresek daha büyük pasta gelir, o yüzden <math>2/3</math> daha büyüktür. A yanlış oluyor.</p> <p>B şıkkında <math>2/5</math> ve <math>4/7</math>'nin her ikisinin de <b>arasında 3 fark var</b>, o yüzden eşit olması gerekmiyor mu? Yani bu da yanlış.</p> <p>C şıkkında <math>2/3</math> kesri <math>2/5</math>'e göre yarıma daha yakındır. <b>Kutucukla göstereyim.</b></p>  <p>D şıkkında ise zaten yukarıda <math>2/3</math>'ün daha büyük olduğunu söylemişim. <math>2/5</math> ile <math>4/7</math> pasta yesek <b>5'e böldüğümde dilim daha büyük olur</b>. O yüzden <math>2/5</math> daha büyük. Cevap D.</p> <p>Araştırmacı: C ve D seçeneğinde nasıl karar verdiğini tekrar açıklar mısın?</p> <p>S: C'de çizdim zaten, <math>2/5</math> yarısına gelmemiş ama <math>2/3</math> geçmiş, <math>2/3</math> daha yakındır. D'de ise pasta gibi düşündüm, dilim hangisinde daha büyük olur diye baktım.</p>

## Senaryo Formu

Ali (KSHT)	İnci (KT)	Su (KT)
<p>...En kısa Joe olduğu için en küçük kesri bulmalıyım. En küçük <math>2/5</math>'tir. Çünkü diğer kesirler yarımından büyük ama <math>2/5</math> yarımından küçüktür... <math>2/3</math> ve <math>4/7</math> çıkmıyor, ikisi de olabilir. İkisi de yarımından büyük o yüzden payda eşitledim. <math>14/21</math> ve <math>12/21</math> oluyor. Yani <math>2/3 &gt; 4/7</math> diyebiliriz.</p>	<p><math>3/2</math>'yi direkt eledim. Çünkü <math>3/2</math>'si dersek Joe daha uzun olur. Aslında kalan sayıların <b>paydasını eşitledim</b> ben, sonra da <b>metinde verilen bilgilere göre sıraladım</b>.</p>	<p>S: Joe daha kısa olduğu için <math>2/3</math> yapmak istiyorum çünkü arasındaki fark daha kısa.</p> <p>A: Neden pay ve payda arasındaki farka baktın?</p> <p>S: Karşılaştırıyorum çünkü. Aradaki fark küçükse daha küçük olmalı. 2. boşluğa <math>2/5</math>, aralarındaki fark 3 çünkü. Son boşluğa <math>3/2</math> çünkü 3, 2'den daha büyük...</p>

Tablo 8'de, Ali ve İnci'nin şekil formunda verilen soruda kesirlerin paydasını eşitleyerek karşılaştırma eğiliminde oldukları görülmektedir. Ancak sadece payda eşitleyerek karar vermenin yeterli olmadığı durumlarda kesirleri yarıma ve bütüne yakınlıklarını dikkate alarak karşılaştırmışlardır. Her üç öğrencinin senaryo formundaki yanıtları incelendiğinde, Ali'nin her ikisi de yarımından büyük olan kesirleri karşılaştırırken kesirlerin yarıma uzaklıklarını belirlemesine rağmen yorumlayamadığı dikkat çekmektedir. İnci ise bir doğal sayının birleşik kesir kadarının o sayıdan büyük olacağını farkında olmakla birlikte kalan kesirleri karşılaştırmak için KT bir çözüm stratejisi kullanmıştır.

Akademik başarısı düşük düzeyde olan Su ise her üç formda da kesirlerle ilgili kavramsal bilgisindeki eksikliklerden dolayı kesirleri karşılaştıramamaktadır. Öğrenci şekil formundaki soruda sadece sayı doğrusunda verilen aralıklara odaklanarak kesrin eşit parçalara ayrılmış bir bütün ya da ayrık eş parçalardan oluşan bir küme olduğunu göz ardı etmektedir. Benzer şekilde işlem formunda kesirleri yalnızca paydanın anlamını dikkate alarak, senaryo formunda ise bütüne uzaklığın pay ile payda arasındaki fark olduğunu düşünerek karşılaştırma yapmaktadır. Diğer bir deyişle pay ve payda arasındaki farkı bir doğal sayı olarak ele almakta ve karşılaştırmaktadır.

*b) Eşdeğer ifadelerin anlaşılması ve kullanılması*


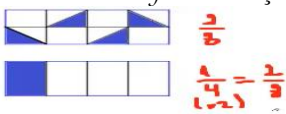
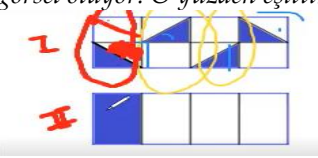
“Eşdeğer ifadelerin anlaşılması ve kullanılması” bileşenine yönelik farklı formlardaki soruları yanıtlarken öğrencilerin kullandıkları çözüm stratejileri Tablo 9’da verilmiştir.

**Tablo 9.** Eşdeğer İfadelerin Anlaşılması ve Kullanılması Bileşeninde Öğrencilerin Çözüm Stratejileri

	Şekil Formu		İşlem Formu		Senaryo Formu	
	Doğru	Yanlış	Doğru	Yanlış	Doğru	Yanlış
Ali (YB)	SHT		SHT		SHT	
İnci (OB)	KSHT		KT			KT
Su (DB)	SHT			SHT		HA

Tablo 9’da Ali(YB)’nin tüm soru formlarında SHT, İnci(OB)’nin şekil formunda KSHT, işlem formunda ve senaryo formunda KT çözüm stratejisi kullandığı görülmektedir. Su(DB) ise şekil ve işlem formunda verilen sorularda SHT çözüm stratejisine başvurmuş ancak sadece şekil formunda verilen soruyu doğru şekilde yanıtlamıştır. Tablo 9’da tüm öğrenciler tarafından doğru yanıtlanan tek sorunun şekil formunda olduğu görülmektedir. Elde edilen bu bulguların derinlemesine incelenmesi amacıyla örnek öğrenci yanıtları, araştırmacı ve öğrenci arasında geçen diyaloglar doğrudan alıntılarla Tablo 10’da sunulmuştur.

**Tablo 10.** Eşdeğer İfadelerin Anlaşılması ve Kullanılması Bileşenine Ait Öğrenci Yanıtları

<b>Şekil Formu</b>		
<b>Ali (SHT)</b>	<b>İnci (KSHT)</b>	<b>Su (SHT)</b>
<p>Her iki şekilde verilen taralı bölge bütünü çeyreğidir. Şöyle de düşünebiliriz: ikinci şekli ortadan ikiye bölersek, yine üstteki şekli elde ederiz. Bir de sonuçta bir kesri aynı sayı ile genişletip sadeleştirdiğimizde sonuç değişmez.</p> 	<p>İ: Eğer bu kesri (<math>1/4</math>) genişletirsek kesrimiz <math>2/8</math> olur yani ikisi eşit.</p>  <p>A: Neden genişlettiğimizde eşit iki kesir oluşur? İ: İşte hem payı hem paydayı aynı sayıyla çarptığımda denk kesir elde ediyorum. Bunun nedeni olmaz ki... A: Soruyu farklı bir yoldan çözebilir misin? İ: Şekillerden gidebilirim. İkinci şekli ortadan ikiye bölebilirim. O zaman 8 parçadan 2'si boyanmış olur. I. şekilde ise üçgenleri birleştirdiğim de oluyor.</p>	<p>...</p> <p>S: Aslında mavi parçaları birleştirecek alttaki şekil ile aynı görsel oluyor. O yüzden eşittir.</p>  <p>A: Peki sence bu sorunun alternatif bir çözümü var mıdır? S: Kesin vardır ama benim aklıma gelmiyor ki.</p>
<b>İşlem Formu</b>		
<b>Ali (SHT)</b>	<b>İnci (KT)</b>	<b>Su (SHT)</b>
<p>Cevap C... Yani şöyle ki, <math>4/16</math> ile <math>1/4</math> aynı büyüklüktür. İkisi de çeyrek çünkü.</p>	<p>İ: C diye düşünüyorum. <math>4/16</math>'yı sadeleştirirsek <math>1/4</math> buluruz ya da <math>1/4</math>'ü genişletirsek <math>4/16</math> buluruz. A: Peki sadeleştirme ya da genişletme yapmadan nasıl karar verebilirsin? İ: Sadeleştirme ya da genişletme olmadan yapılamaz, karar verilemez.</p>	<p>S: Bence <math>4/16</math> küçüktür. Yine pasta örneği verecek olsam dilimin büyüklüğü daha küçük olacak, o yüzden cevap B olur. A: Peki farklı yoldan çözülür mü? S: İşlemi varsa yapılır ama ben hatırlamadığım için yapamıyorum.</p>
<b>Senaryo Formu</b>		
<b>Ali (SHT)</b>	<b>İnci (KT)</b>	<b>Su (HA)</b>
<p>...1 parçaya bölünmez ki. 1 parçaya bölmek anlamsız olur çünkü o zaman bütün olur, bölmüş olmayız. O zaman 4 parçaya bölünüp <b>1 dilim</b> yesinler, her ikisi de <math>1/4</math> kadar yemiş olur. İkisi de çeyrek pasta yer.</p>	<p>İ: Sadece ilk boşluktan eminim. Diğerlerinden değilim. Aynı büyüklükte diyor. Ahmet 4 parça yediyse Ali de 4 parça yemeli, ikisi de eşit miktarda yiyor sonuçta. Yani Ahmet <math>4/16</math> olur. Bu da <math>1/4</math> olur. Ne ile neyi çarparsak <math>1/4</math> olur diye düşünürsek <math>1 \cdot 1/4 = 1/4</math> oluyor, doğru o zaman.</p>	<p>S: Ahmet <math>4/16</math>, Ali ise <b>1 bölü 4'te</b> 1 yer. A: Yani ikisi pastanın ne kadarını yemiş? S: Yarısı kadarını mı? İki arkadaşlar diye düşündüm, biri birini alırsa diğeri de birini alır diye düşündüm.</p>

Tablo 10'da, şekil formunda Su ve Ali'nin SHT çözüm stratejisi kullandıkları, Ali'nin aynı zamanda çözdüğü sorunun doğruluğunu KT çözüm stratejisiyle desteklediği görülmektedir. Şekil formunda dikkat çeken bir diğer bulgu ise İnci'ye aittir. İnci ile araştırmacı arasında geçen diyalog incelendiğinde öğrencinin denk kesir elde etmeyi bir kural olarak ezberlediği ancak ne anlama geldiğini bilmediği görülmektedir. Buna karşın, soruya alternatif bir çözüm istendiğinde öğrenci SHT bir çözüm stratejisine başvurmuştur. Ancak SHT verdiği yanıtın, KT bulmuş olduğu çözümün açıklaması olduğunun farkında değildir. Her iki yanıtı ilişkilendirememiştir.

Tablo 9’da en fazla hata yapılan sorunun senaryo formunda olması dikkat çeken bir diğer bulgudur. Tablo 10 incelendiğinde ise senaryo formunda öğrencilerin hata yapma nedenlerinin verilen kesirleri sözel durumlarla ilişkilendirmekte zorluk çekmeleri olduğu söylenebilir. İnci’nin yanıtı incelendiğinde  $\frac{1}{4}$  ile  $\frac{4}{16}$  kesirlerinin eşit olduğunun farkında olmasına rağmen senaryoyu doğru şekilde tamamlamadığı görülmektedir. Su ise senaryodan tamamen bağımsız bir yanıt vermiştir. Buna ek olarak öğrencilerin farklı dilimlere bölünen iki pastadan eşit miktarda yeme durumunu parça sayısının eşitliği olarak düşündükleri söylenebilir.

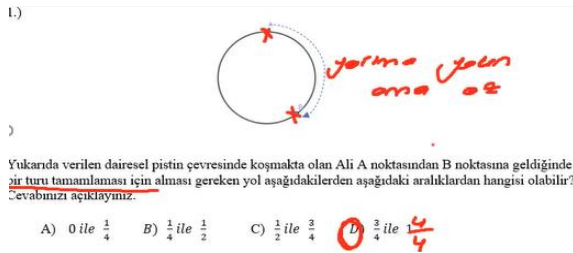
c) *Esnek işlem yapma ve sonucun akla uygunluğuna karar verme*

“Esnek işlem yapma ve sonucun akla uygunluğuna karar verme” bileşeninde kesirlerle toplama ve çıkarma işlemine yönelik farklı formlarda hazırlanmış soruları yanıtlarken öğrencilerin kullandıkları çözüm stratejileri Tablo 11’de verilmiştir.

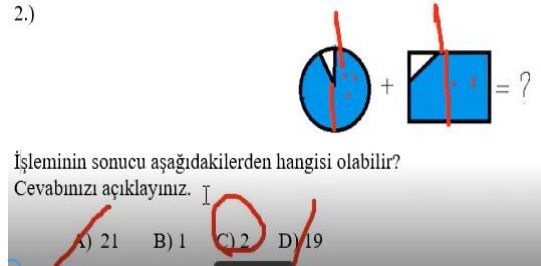
**Tablo 11.** Esnek İşlem Yapma ve Sonucun Akla Uygunluğuna Karar Verme Bileşeninde Öğrencilerin Çözüm Stratejileri

		Şekil Formu		İşlem Formu		Senaryo Formu		
		Doğru	Yanlış	Doğru	Yanlış	Doğru	Yanlış	Boş
Çıkarma İşlemi	Ali (YB)	SHT		KSHT		KSHT		
	İnci (OB)		SHT	KT		KT		
	Su (DB)		HA*		KT			X
Toplama İşlemi	Ali (YB)	SHT		SHT		SHT		
	İnci (OB)	SHT		SHT		KT		
	Su (DB)	SHT			KT		HA*	

Tablo 11 incelendiğinde öğrencilerin SHT çözüm stratejisini en fazla şekil formundaki sorularda kullandıkları görülmektedir. Aynı zamanda en çok yanlış yanıt verilen soru da çıkarma işlemindeki şekil formudur. Bu farklılaşmanın nedenini görebilmek amacıyla şekil formunda verilen her iki soruda da SHT çözüm yapan İnci’nin çıkarma işlemine yönelik (Şekil 1) ve toplama işlemine yönelik (Şekil 2) yanıtları verilmiştir.



**Şekil 1.** İnci’nin çıkarma işlemine yönelik şekil formundaki soruya ait çözümü



**Şekil 2.** İnci’nin toplama işlemine yönelik şekil formundaki soruya ait çözümü

İnci ile yapılan görüşmelerde Şekil 1’de yapmış olduğu çözümü “Gittiği yol yarıma yakın ama daha az, o zaman gideceği yolun yarımdan fazla olması lazım. 1 yerine 4/4 yaptım. En fazla yolu orda kat ediyor, o yüzden D dedim” şeklinde açıklamıştır. Şekil 2’de ise “2 diye düşünüyorum. Çünkü ikisi de yine tama yakın oluyor, onları da tam diye düşünürsek 2 tam olur” şeklinde açıklamıştır. Her iki çözüm ve çözümlere ait açıklama incelendiğinde İnci’nin ilk olarak SHT çıkarım yaptığı görülmektedir. Ancak toplama işleminde sorunun yanıtı bir tam sayıya eşit iken çıkarma işleminde doğru yanıtın hangi aralıkta olduğu sorulmuştur. İnci de sonucun yarımdan büyük olacağını farkında olmakla birlikte en uygun aralığa karar verememektedir.

Tablo 11’de dikkat çeken bir diğer bulgu ise işlem formundaki toplama işlemine yönelik soruda öğrencilerin daha fazla SHT çözüm stratejisi kullanma eğiliminde olmalarıdır. Bu durum ise toplama işleminde kullanılan sorunun kolaylıkla payda eşitlenerek yapılamamasından kaynaklanabilir. İlgili soruda hem Ali hem de İnci isimli öğrenciler ilk olarak payda eşitlemeyi düşünmüş ancak hem soru kökünde işlem yapmadan cevabı bulunuz ifadesinin olması, hem de paydaların kolaylıkla eşitlenemeyecek olması öğrencileri SHT çözüm stratejisi kullanmaya yönlendirmiştir. Buna ek olarak, esnek işlem yapma ve sonucun akla uygunluğuna karar verme bileşenine yönelik olarak verilen soru formları incelendiğinde, özellikle senaryo formunda öğrencilerin verilen cevabın akla uygun olup olmadığını metnin bütünü ile karşılaştırarak düşünme eğiliminde oldukları görülmüştür. Öğrenciler ilk cevaplarını verdikten sonra metnin tamamını okuyarak metinde anlam bütünlüğünü bozan cevapları değiştirmişlerdir. Bu bulgu çalışmada kullanılan tüm senaryo formundaki sorularda gözlemlenmiştir.

*d) İşlemlerin anlam ve etkisini anlama*

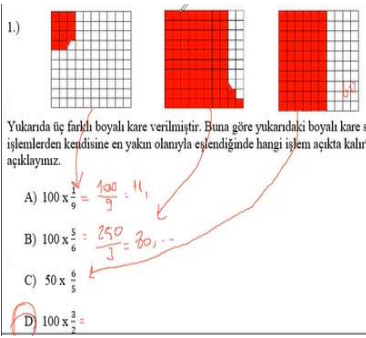
“İşlemlerin anlam ve etkisini anlama” bileşenine yönelik olarak öğrencilere bir doğal sayının birden büyük veya küçük bir kesir ile çarpıldığında sonucun nasıl değişeceğine karar vermeleri gereken farklı formlarda sorular yöneltilmiştir. Tablo 12’de öğrencilerin bu soruları yanıtlarken kullandıkları çözüm stratejileri verilmiştir.

**Tablo 12.** İşlemlerin Anlam ve Etkisini Anlama Bileşeninde Öğrencilerin Çözüm Stratejileri

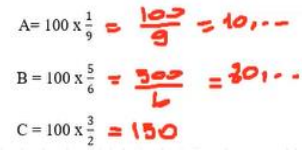
	Şekil Formu		İşlem Formu		Boş	Senaryo Formu	
	Doğru	Yanlış	Doğru	Yanlış		Doğru	Yanlış
Ali (YB)	SHT		KSHT			SHT	
İnci (OB)	KT		KT				KT
Su (DB)		HA			X	SHT	

Tablo 12’de işlem formundaki soruda Ali(YB)’nin KSHT, İnci(OB)’nin KT çözüm stratejisi kullandığı, Su(DB)’yun ise soruyu boş bıraktığı görülmektedir. Buna karşın senaryo formunda üç öğrenciden ikisi SHT çözüm stratejisi kullanılmıştır. Tablo 13’te dikkat çeken bir diğer bulgu ise Su’yun(DB) tek doğru yanıtının SHT çözüm stratejisi ile çözdüğü senaryo formundaki soru olmasıdır. Farklı formlarda verilen sorularda öğrencilerin kullandıkları çözüm stratejileri arasındaki bu farklılaşmanın nedeninin incelenmesi amacıyla öğrencilerin soruya yönelik açıklamaları Tablo 13’te verilmiştir.

**Tablo 13.** İşlemlerin Anlam ve Etkisini Anlama Bileşenine Ait Öğrenci Yanıtları**Şekil Formu**

Ali (SHT)	İnci (KT)	Su (HA)
<p>İlk şekilde yaklaşık 100 tanede 11'i boyalıdır. Buna en yakın 1/9'dur çünkü 1/10 olsa 10 olurdu, o yüzden çok bir fark yok arada. İkinci şekilde 83 tane falan var, biz 80 tane desek. 100'e çok yakın bir sayı çıkmalı. 6/6 ile çarpsak 100 olur, 5/6 ile çarpsak 80'e yakın bir sayı gelir. Sonra 50 çarpı bileşik kesir var. 50 ile 100 arasında bir cevap çıkar. Muhtemelen 60'a yakın bir cevap olurdu. Son seçenek zaten olmaz çünkü 100'den fazla çıkar.</p>	<p>Ben direkt çarptım hepsini.</p>  <p>Yukarıda üç farklı boyalı kare verilmiştir. Buna göre yukarıdaki boyalı kare işlemlerden kendisine en yakın olanıyla eşlendiğinde hangi işlem açıkta kalır? açıklayınız.</p> <p>A) <math>100 \times \frac{1}{9} = 11,1</math>  B) <math>100 \times \frac{5}{6} = 250</math>  C) <math>50 \times \frac{6}{5} = 30</math>  D) <math>100 \times \frac{3}{2} = 150</math></p>	<p>Aslında C ile D arasında kaldım. Her ikisinde de üst taraf alt taraftan daha büyük (bileşik kesir). Ama tüm seçeneklerde 100 var, C'de 50 var. Ben C diyorum.</p>

**İşlem Formu**

Ali (KSHT)	İnci (KT)	Su (Boş)
<p>A seçeneğinde her üç harf 100 ile çarpıldığından kesirleri küçükten büyüğe sıraladığımızda işlemlerin sonuçlarını da sıralamış oluruz. Payda eşitlersek <math>C &gt; B &gt; A</math> olur. B seçeneğinde 100'den büyük olması için birden büyük bir sayı ile çarpılmalı. B seçeneği de olamaz. C seçeneği için işlem yapmam lazım. <math>100:2=50 \times 3=150</math>'dir. C de olamaz. D seçeneğinde A'nın değeri 25'ten küçüktür çünkü <math>100 \times 1/9</math>'u bulmam lazım; <math>1/10</math>'ini bulsak 10 yapar yani yaklaşık 11 olur. Cevap D.</p>	<p>Ben her bir seçeneği tek tek hesapladım. Bu durumda D seçeneği yanlış oluyor. A'nın değeri 25'ten büyük değil.</p>  <p>A = <math>100 \times \frac{1}{9} = 10,11</math>  B = <math>100 \times \frac{5}{6} = 30,11</math>  C = <math>100 \times \frac{3}{2} = 150</math></p>	<p>(3 dk. düşündükten sonra) Bilemedim, <b>ben bu soruya cevap veremeyeceğim.</b></p>

**Senaryo Formu**

Ali (SHT)	İnci (KT)	Su (SHT)
<p>Şimdi ilk boşluk, yani boyu 100 cm. olacak, ondan eminim. Çünkü 5/6 cm. diye bir uzunluk olamaz, metre dese belki olabilirdi. 3/2'yi eledim çünkü 3/2 kadar kısalma uzamak demek zaten, neden kısalım desin, anlamsız olur. Boyunun ilk boşlukta ikinciye göre daha çok kısalması lazım. Yani ilk koyacağım sayı ikinci koyacağım sayıdan küçük olmalı. 1/9'u kadar olsa yaklaşık 11 cm. olur boyu. Daha sonra 5/6'sı kadar uzasa ilk boyuna ulaşamaz ama boyu uzamış olur.</p>	<p>100 cm. olan boyunun 3/2 boyuna gelir çünkü 100 2'ye bölünebiliyor. İkincisi de 5/6 olabilir çünkü 3/2'nin paydası 6 olabiliyor... İşlemlerini yapsak <math>100:3/2=150</math> oluyor ama böyle mantıklı olmuyor. Boyu kısalması gerekiyor, böyle olursa uzuyor. Böyle olmaz, değiştirmeliyim ama diğer sayılar da çarpılmıyor bir türlü... Tam sayı olması gerek bence ama olmuyor... Bilmiyorum, hangisiyle çarpsam tam sayı olmuyor, kafam karıştı.</p>	<p>İlk boşluğa 100 gelmeli çünkü bir insanın boyu 3/2 cm. olamaz. 2. boşluğa 3/2 yazamam çünkü alttaki sayı daha küçük üsttekenden... Daha küçük olması gerektiği için ikinci boşluğa 1/9 gelmeli. Son boşluğa ise 3/2 demiştim ama 3/2 olursa eski boyunu geçer. Ben eski boyunu geçecek diye düşündüm ama geçememiş, o yüzden sanki 5/6 olmalıydı. Yani birazcık daha büyüseydi 6/6 olurdu. O zaman eski boyunun aynısı olurdu.</p>

Tablo 13'teki öğrenci yanıtları incelendiğinde, şekil formunda Ali'nin hiçbir işlem yapmaksızın SHT çözüm stratejisiyle soruyu çözdüğü, İnci'nin ise her bir seçenekte verilen işlemlerin sonucunu bulup şekillerle eşleştirerek KT çözüm stratejisi kullandığı görülmektedir. Su ise herhangi bir matematiksel düşünme sürecine girmeksizin seçeneklerde diğerlerinden farklı olan durumu dikkate alarak yanıt vermiştir.

İşlem formunda öğrenci cevaplarına bakıldığında, Ali'nin bazı seçenekleri SHT bazılarını ise KT çözüm stratejisine dayalı olarak yorumladığı, İnci'nin ise tüm işlemlerin sonucunu bulup seçeneklerle karşılaştırdığı görülmektedir. Buna karşın, Su ilk olarak şıklardan gitmeyi düşünmüş ancak soruya dair herhangi bir yorumda bulunamamıştır.

Tablo 13'te öğrencilerin en fazla senaryo formundaki soruda SHT çözüm stratejisi kullandıkları görülmektedir. Buna ek olarak Su(DB) sadece senaryo formundaki soruyu doğru ve SHT olarak çözmüştür. Tablo 13'te, senaryo formundaki öğrenci yanıtları incelendiğinde Ali ve Su'nun bir bütünden daha büyük bir çoklukla bir doğal sayının çarpımının o sayıdan büyük olacağı düşüncesiyle soruyu doğru yanıtladıkları görülmektedir. İnci ise boy uzunluğunun bir tam sayı olması gerektiğini düşünerek seçeneklerde 100 ile çarpıldığında tam sayı olan durumları dikkate almış ancak metni tamamladığında anlam bütünlüğü sağlanmadığının farkında olmasına rağmen alternatif bir çözüm bulamamıştır. Buna ek olarak, ilgili soruda her üç öğrencinin de boy uzunluğunun bir tam sayı olması gerektiğini düşünmesi doğru sonuca ulaşmalarına katkı sağlamıştır.

#### e) Ölçüm Referansları


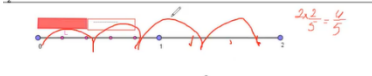

"Ölçüm referansları" bileşenine yönelik olarak kesirlerle bölme işlemine yönelik bir parçayı referans alıp bütün hakkında karar vermelerinin beklendiği farklı formlardaki sorularda öğrencilerin kullandıkları çözüm stratejileri Tablo 14'te verilmiştir.

**Tablo 14.** Ölçüm Referansları Bileşeninde Öğrencilerin Çözüm Stratejileri

	Şekil Formu		İşlem Formu		Senaryo Formu	
	Doğru	Yanlış	Doğru	Yanlış	Doğru	Yanlış
Ali	KSHT		KT		KT	
İnci		KSHT	KT			KT
Su		SHT		KT		HA*

Tablo 14'te öğrencilerin işlem ve senaryo formunda KT, şekil formunda ise ağırlıklı olarak KSHT çözüm stratejisi kullandıkları görülmektedir. Öğrenciler ölçüm referanslarına yönelik olarak hazırlanan farklı formlardaki sorularda diğer sayı hissi bileşenlerine göre daha fazla KT çözüm stratejisi kullanmışlardır. Bu durumun ilgili sorunun kesirlerle bölme işlemine yönelik olmasından kaynaklandığı düşünülmektedir. Ulaşılan bu bulguların derinlemesine incelenmesi amacıyla öğrencilerin her bir soru formuna yönelik verdikleri yanıtlar Tablo 15'te verilmiştir.

**Tablo 15.** Ölçüm Referansları Bileşeninde Farklı Formlardaki Sorulara Ait Öğrenci Yanıtları

<b>Şekil Formu</b>		
<b>Ali (KSHT)</b>	<b>İnci (KSHT)</b>	<b>Su (SHT)</b>
<p>...2 cm.'ye <math>2/5</math> cm. şeritler konulacaksa <math>2:2/5</math> yaptım. Ters çevirip çarparsak 5 çıkar. Ya da şekil üzerinden bakabiliriz. Her aralığa 2 tane tam 1 tane yarım parça sığıyor. Kalanları birleştirirsek 5 tane olur yine.</p> 	<p>İlk başta <math>2. 2/5</math> yaptım ve <math>4/5</math> buldum... Şöyle de olabilir. 1 ile 2 arasında 3 tane nokta koymam lazım hepsinin 5 olması için. Onları koyup 2'li sıralarsak 4 tane ediyor. Aslında tam dört olmuyor da. Çünkü tam 2'ye ulaşmıyor. Ama ben hâlâ A diyorum.</p> 	<p>İlk şeritte iki gitmiş, biz de öyle yapalım... Kendim böyle bir şey koysam (noktalar koyar). Bir şerit daha çizebilirim ama hâlâ mesafe var. Şeridi 4 tane bulduk acaba cevap <math>4/5</math> olabilir mi? Payda da 5 tane var ama diğerinde bir şey yok</p> 
<b>İşlem Formu</b>		
<b>Ali (KT)</b>	<b>İnci (KT)</b>	<b>Su (KT)</b>
<p>Bu sorunun cevabı çıkar da işlemsiz çok sıkıntı... Bir sayıyı kesirli bir sayıyla bölmek o sayıyı bu sayının tersiyle çarpmak demektir. O yüzden paydası ile çarparsam 10 olur, 2'ye bölersem 5 olur. <math>2 \times 5/2 = 5...</math></p>	<p>İ: Ben bunu aslında işlem yaparak yaptım ama soruda işlem yapmadan yapın diyor. A: Sen nasıl yaptın? İ: İkinciye ters çevirip çarptım. <math>2. 5/2</math> yani 5 oluyor. Bence bu soru işlemsiz yapılamaz. Çarpma bölme işte, nasıl işlemsiz yapılırsın?</p>	<p><math>2:2/5</math> demiş, ben cevaba <math>1/5</math> diyorum. 2'yi 2'ye bölersem 1 olur.</p>
<b>Senaryo Formu</b>		
<b>Ali (KT)</b>	<b>İnci (KT)</b>	<b>Su (HA)</b>
<p><math>1/5</math> lt. su alıp 2 kez kullanırsa (<math>1/5+1/5=2/5</math>) olur. Böyle olacak, kesin böyle olacak, eminim. Şimdi 2 lt. su şişesiyle 5 gün sular. Çünkü <math>2:2/5</math> yani <math>10/5: 2/5</math> olur, bu da 5 gün yapar.</p>	<p>10 lt. su almakta ve Ayşe kabı günde 2 kez doldurmaktadır. Günlük <math>1/5</math> yazarsak 10 lt.'nin <math>1/5</math>'i kadar oluyor. Yani 2 oluyor, 2 lt. su kullanıyor. 2 lt. su kullanıyorsa bir günde, kaç günde biter diye düşündüm, 5 günde biter. (Tekrar okur) Ama mantıksız gibi oldu. Seçeneklerden gittim aslında. <math>10.1/5= 2lt.</math> <math>10: 2 = 5</math> gün olur.</p>	<p>S: <math>1/5</math> litre su kullansa... Kabı 10 litre alsın... Günde <math>1/5</math> litre kullansa... 5 gün boyunca kullanır A: Peki nasıl tamamladın boşlukları. Benimle de paylaşır mısın? S: Yani benim de kafam karıştı aslında. Ben böyle olduğunu düşünüyorum.</p>

Tablo 15'te şekil formunda verilen soruyu yalnızca Ali'nin doğru yanıtladığı, ilk olarak KT çözüm stratejisi kullandığı ve çözümünün doğruluğunu SHT çözüm stratejisi kullanarak açıkladığı görülmektedir. Bu nedenle, Ali'nin KSHT çözüm stratejisi kullandığı söylenebilir. Su ve İnci'nin yanıt incelendiğinde her iki öğrencinin de şekil üzerinde şeritleri çizdiği ancak şerit sayısını ifade edemedikleri görülmektedir. İnci ayrıca KT çözüm stratejisi kullanmıştır ancak yaptığı işlem sorunun çözümüne yönelik değildir.

İşlem formundaki soruda her üç öğrenci de KT çözüm stratejisi kullanmışlardır. Ancak Su kuralı hatırlayamadığı için soruyu yanlış yanıtlamıştır. Ali ve İnci ise “birinciye aynen yaz, ikinci kesri ters çevir çarp” kuralına dayalı olarak soruyu çözdüklerini ifade etmişlerdir. Buna ek olarak İnci’nin “çarpma ve bölme işlemsiz yapılmaz” ifadesi de dikkat çekicidir. Diğer deyişle öğrenciler bölme işleminin ne anlama geldiğini düşünmeksizin ters çevirip çarpma eğilimindedirler.

Senaryo formunda ise, benzer şekilde, Ali ve İnci KT çözüm stratejilerine yönelmişlerdir. Buna karşın, İnci’nin yanıtları incelendiğinde, seçeneklerde verilen sayılarla işlemler yapıp sonuçta yine seçeneklerdeki bir sayıyı bulmaya çalışmıştır. Ancak boşlukları doldurduğunda metnin anlam bütünlüğünün sağlanmadığını fark etmesine rağmen senaryoyu doğru şekilde tamamlayamamıştır.

### Tartışma ve Sonuç

Bu çalışma akademik başarı düzeyleri farklı sekizinci sınıf öğrencilerinin kesirler konusuna yönelik şekil, işlem ve senaryo formundaki sorularda kullandıkları sayı hissi stratejilerinin incelenmesi amacıyla yürütülmüştür. Bu amaç doğrultusunda öğrencilerin şekil, işlem ve senaryo formunda verilen sorularda sayı hissi kullanma durumları belirlenmiş ve farklı formlarda verilen sorularda kullandıkları sayı hissi bileşenleri ayrı ayrı incelenmiştir.

Öğrenciler en fazla şekil formu, ikinci olarak senaryo formu ve en az da işlem formunda verilen sorularda sayı hissine dayalı çözüm stratejisi kullanmışlardır. Öğrencilerin şekil formunda verilen sorularda daha fazla sayı hissi temelli çözüme başvurmalarının nedenlerinden biri olarak öğretim programının yapısı gösterilebilir. Matematik dersi öğretim programında (Millî Eğitim Bakanlığı [MEB], 2018) kesir öğretiminde kesir blokları, örüntü blokları ve sayı doğrusu gibi çeşitli modeller kullanılması önerilmektedir. Bu tarz görsel temsillerin kullanımı öğrencilerde sayı hissi gelişimini desteklemiş olabilir. Görsel temsillerin öğrencilerin genelleme yapma, stratejileri kavramlara uyarlama (Kamii, Kirkland ve Lewis, 2001) ve sezgisel algılarına katkı sağlamada (Usiskin, 1987) etkili olduğu göz önüne alındığında öğrenciler şekle dayalı çıkarımlarda bulunmuş olabilirler. Ayrıca burada elde edilen sonuç alanyazında öğrencilerin görsel temsilleri içeren durumlarla çalışırken sayı hissi kullanımının çok daha sık olduğunu vurgulayan çalışmaları destekler yöndedir (Can ve Yetkin Özdemir, 2020; Kayhan Altay, 2010; Yapıcı, 2013). Öğrenci yanıtları akademik başarıları bağlamında değerlendirildiğinde akademik başarısı yüksek olan öğrencinin daha fazla sayı hissi temelli çözüm stratejisine başvurduğu görülmüştür. Buna karşın, düşük düzeyde başarılı öğrenci orta düzeyde başarılı öğrenciye göre şekil ve senaryo formundaki sorularda daha fazla sayı hissi stratejisi kullanmıştır. Bu sonuç alanyazındaki Can (2019)’ın çalışmasının sonucuna paralel iken, bazı çalışmalardan farklılaşmaktadır (Harç, 2010; Yang, 2005; Yang vd., 2008). Bu farklılaşmanın ise çalışmalarda kullanılan soru formunun yapısından kaynaklandığı söylenebilir. Çünkü alanyazında akademik başarı ile sayı hissi arasında pozitif ilişki olduğu ifade edilen çalışmalarda ağırlıklı olarak işlem formunda, Can (2019)’ın çalışmasında ise bağlam içeren problem formunda sorularla çalışılmıştır. Bu bakış açısıyla bu çalışmadan elde edilen bu sonucun alanyazına paralellik sağladığı söylenebilir.

Düşük akademik başarılı öğrenci yalnızca şekil ve senaryo formunda sayı hissi temelli çözüm stratejisiyle yanıtladığı soruları doğru cevaplamıştır. İşlem formundaki tüm soruları yanlış yanıtlamıştır. Tüm öğrencilerin en fazla işlem formundaki soruda kural temelli çözüm yoluna başvurmuş olması göz önüne alındığında, bu durum öğretim ortamlarında daha çok işlem formundaki sorulara yer verilmesinden ve bu soruların algoritmalara dayalı çözülmesinden kaynaklanmış olabilir. Öğrencilerin çözüm yollarının yeterince sorgulanmaması, algoritmaları doğru uygulamayan, kuralları unutan ya da yanlış hatırlayan bir grup öğrencinin matematikte başarısız olarak nitelendirilmesine yol açabilir (Can, 2019). Nitekim alanyazında henüz konuyla ilgili hiçbir işlemsel bilgisi olmayan öğrencilerin sayı hissine dayalı olarak soruları doğru yanıtlayabildiğini vurgulayan (Clarke ve Roche, 2009; Riddle ve Rodzwell, 2000) çalışmalar mevcuttur. Bu bağlamda, öğrencilerin sayı hissi becerileri uygun soru formlarında kavramsal öğrenmelerini destekleyecek bir araç olarak kullanılabilir.

Çalışmada dikkat çeken bir diğer sonuç ise öğrencilerin en çok hata yaptıkları sorunun senaryo formunda olmasıdır. Bu durum öğrencilerin bu tür sorulara alışkın olmamaları ve bağlamın öğrenciler için tanıdık olup olmamasıyla açıklanabilir. Ayrıca senaryo formunda verilen soruları yanıtlamak için sadece kavramsal ya da işlemsel bilgi yeterli olmayabilir. Çünkü senaryo formundaki sorular aynı zamanda okuma ve anlama becerisi gerektirmekte ve bu beceriler problem çözmede önemli bir rol oynamaktadır. Nitekim alanyazında pek çok çalışma okuduğunu anlama ile matematik başarısı (Gersten, Jordan ve Flojo, 2005; Kyttala ve Björn, 2014; Louange, 2007) ve sayı hissi (Can ve Yetkin Özdemir, 2020) arasında anlamlı ilişkiler olduğunu ortaya koymuştur. Çalışmadan elde edilen bu sonuçlar belirtilen çalışmaları destekler yöndedir.

Öğrencilerin kural temelli çözüm stratejisini en fazla işlem formundaki sorularda kullandıkları görülmüştür. Alanyazında yapılan çalışmalarda da genellikle işlem formundaki sorular kullanılmış ve sonuç itibarıyla öğrenci ve öğretmen adaylarının bu tür sorularda kural temelli yöntemler kullandıkları tespit edilmiştir. (Der-Ching ve Hung-Jin, 2019; İymen ve Duatepe-Paksu, 2015; Markovits ve Sowder, 1994; Şengül ve Gülbağcı Dede, 2014; Yang vd., 2009; Yang ve Huang, 2004; Yenilmez ve Yıldız, 2018). Çalışmanın bu sonucu da belirtilen çalışmalarla paralellik göstermektedir.

Sayı hissi bileşenleri doğrultusunda yapılan değerlendirme sonuçları incelendiğinde ise “Sayıların anlam ve büyüklüğünü anlama” bileşenine yönelik farklı formlardaki kesirleri karşılaştırma sorularında, öğrenciler ilk olarak kural temelli çözüm stratejisi olan “payda eşitleme” yöntemine başvurma eğilimindedirler. Ancak çalışmadaki işlem ve şekil formunda verilen sorunun yapısı sadece “payda eşitleme” yoluyla çözülemediğinden öğrenciler sayı hissine dayalı çözüm stratejisine başvurmuşlardır. Benzer şekilde, alanyazında öğrencilerin standart algoritmaları uygulamanın kolay olmadığı soru formlarında standart olmayan çözümler bulmaya çalıştıkları (Markovits ve Sowder, 1994) ve sayı hissi kullanma eğiliminde oldukları (İymen, 2012) vurgulanmaktadır.

Sayıların anlam ve büyüklüğünü anlama bileşenine yönelik bir diğer bulgu ise öğrencilerin kesirlerin yarıma yakınlık veya uzaklıklarına bakma eğiliminde olduklarıdır. Buna karşın, öğrenciler bu uzaklıkları yorumlayamadıklarında yine kural temelli stratejilere başvurmuşlardır. Bu durumun altında yatan nedenlerden biri sınıf ortamında bu tür stratejilere ağırlık verilmemesi olabilir. Nitekim Şengül ve Gülbağcı Dede (2014) lisansüstü öğrenim gören öğretmenlere benzer bir soru yönelttiklerinde yalnızca 2 öğretmenin soruyu sayı hissine dayalı olarak çözebildikleri bulgusuna ulaşmışlardır. Der-Ching ve Hung-Jin (2019)'in çalışmasının sonuçları da benzer şekildedir. Bu nedenle, öğrencilerin sayı hislerini kullanmaları konusunda farklı değerlendirme araçlarının etkisi dışında, öğretmenlerin etkilerinin de göz ardı edilemeyecek kadar belirgin olduğu söylenebilir. Kesirlerin karşılaştırılmasında sayı hissi kullanımında dikkat çeken bir diğer sonuç ise akademik başarısı düşük düzeyde olan öğrencinin iki kesrin payı ve paydası arasındaki farka bakarak karşılaştırma yapmasıdır. Bu bulgu öğrencinin paydanın büyüklüğünü ve dolayısıyla ilgili parçaların boyutunu (pay/payda oranını) dikkate almadığını göstermektedir. Bu nedenle, öğrencinin pay ve payda arasındaki mutlak farkı dikkate aldığı bir tam sayı düşünme biçimine sahip olduğu söylenebilir. Benzer şekilde, Clarke ve Roche (2009) altıncı sınıf öğrencilerinin 5/6 ve 7/8 kesrinin pay ve paydası arasındaki farka odaklanarak kesirleri karşılaştırdıklarını vurgulamış, Markovits ve Sowder (1994) ise sekizinci sınıf öğrencilerinin 5/6 ve 9/10 kesirlerinin eşit olduğu, her iki kesrin de bütüne bir parça uzakta olduğu düşüncesine sahip olduklarını belirtmişlerdir. Bu nedenle, çalışmadan elde edilen sonucun alanyazın ile paralel olduğu söylenebilir.

“Eşdeğer ifadelerin anlaşılması ve kullanılması” bileşenine yönelik dikkat çeken sonuçlardan biri düşük düzeyde akademik başarıya sahip öğrencinin nasıl denk kesir elde edileceğini bilmemesine rağmen şekil formundaki soruda sayı hissi kullanarak iki kesrin eşitliğini belirleyebilmesidir. Bir diğer sonuç ise orta düzeyde akademik başarıya sahip öğrencinin iki kesrin eşitliğini kural temelli olarak belirleyebilmesi ancak neden eşit olduğunu açıklayamamasıdır. Buna karşın, aynı öğrenciden alternatif bir çözüm bulması istendiğinde, öğrenci şekillerden birini ortadan ikiye bölüp parça sayısı ve boyalı bölgelerin eşit olduğunu söylemiştir. Elde edilen her iki sonuç açıkça göstermektedir ki, sayı hissi kullanımı öğrencilerin sezgisel düşünceleri ile kavramsal bilginin inşa edilmesi arasında bir köprü

görevi görmektedir. Benzer şekilde, alanyazında pek çok çalışma anlamlı öğrenme için işlemsel becerinin yeterli olmadığını (Barnes, 2020; Burns, 1994; Hiebert, 1999; NCTM, 2000; Yang ve Huang, 2004) ve sayı hissinin kavramlar arasında bağlantı kurulmasını, sayı örüntülerinin görülmesini ve sayısal hataların fark edilmesini, böylelikle de anlamlı öğrenmeyi sağladığını (Şengül, 2013) vurgulamaktadır. Buna ek olarak, eşdeğer ifadelerin anlaşılması ve kullanılması bileşeninde öğrenciler en fazla senaryo formunda verilen soruyu yanlış yanıtlamışlardır. Bu durumun nedenlerinden biri öğrencilerin kesirleri sözel durumlarla ilişkilendirmekte zorluk yaşamaları, diğeri ise kesirlerde pay ve paydanın ne anlama geldiğini bilmemeleridir. Öğrenci hataları göz önüne alındığında öğrencilerin kesirler konusundaki kavram yanlışlarının hata yapmalarına neden olduğu söylenebilir. Benzer şekilde, öğrencilerin kavram yanlışlarının sayı hissi kullanımını olumsuz yönde etkilediğini vurgulayan çalışmalar mevcuttur (Clarke ve Roche, 2009).

“Esnek işlem yapma ve sonucun akla uygunluğunu yargılama” bileşenine yönelik olarak öğrencilere kesirlerle toplama ve çıkarma işlemini temel alan iki soru sorulmuştur. Öğrenciler sonucun uygun olup olmadığını senaryo formunda verilen tüm sorularda dikkate almışlardır. Bu durum sayı hissi bileşeni ayırımı yapılmaksızın uygulamalarda kullanılan tüm senaryo formunda verilen sorularda gözlemlenmiştir. Nitekim bu sonuç alanyazında senaryo tamamlama problemleriyle sonucun makul olup olmadığına karar verebilme becerisinin gelişeceğini vurgulayan çalışmalarla paralellik göstermektedir (Greenes vd., 1993; Yang, 2006). Bu nedenle, senaryo formunun öğrencilerin sayı hissi gelişiminde önemli bir yapı olduğu söylenebilir.

Öğrenciler işlem formundaki toplama işlemine yönelik soruda çıkarma işlemine göre daha fazla sayı hissi temelli çözüm stratejisine başvurmuşlardır. Çünkü toplama işlemine verilen soruda daha büyük sayılar yer almakta olup bu sayıların paydalarını eşitlemek çıkarma işlemine sorulan soruya göre daha fazla zaman almaktadır. Bu nedenle, öğrenciler payda eşitlemek yerine alternatif bir çözüm yolu arayışına girmişlerdir. Elde edilen bu sonuç, öğrencilerin sayı hissi gelişiminin incelendiği çalışmalarda küçük sayılarda algoritma kullanma eğiliminin daha fazla olduğu sonucu ile paralellik göstermektedir (Markovits ve Sowder 1994; Wearne ve Hiebert, 1988; Yang ve Hsu, 2009). Bu nedenle, öğrencilerin sayı hissi becerilerinin geliştirilmesi amacıyla daha büyük ve uğraştırıcı sayılarla çalışmalarının etkili olacağı düşünülmektedir.

“İşlemlerin anlam ve etkisini anlama” bileşeninde öğrenciler şekil ve işlem formunda kural temelli çözüm yapma eğilimindeyken, senaryo formunda sayı hislerini çok daha fazla kullanmaktadırlar. Benzer şekilde, alanyazında farklı örneklem gruplarıyla ve işlem formunda sorular kullanılarak yapılan çalışmalarda, işlemlerin anlam ve etkisini anlama bileşeninde sayı hissi kullanımının çok az olduğu sonucuna ulaşılmıştır (Harç, 2010; Zanzali ve Ghazali, 1999). Bu nedenle, özellikle işlemlerin anlam ve etkisini anlama bileşenine yönelik senaryo formunda verilen boşluk doldurma çalışmaları ders içeriklerine dahil edilebilir.

“Ölçüm referansları” bileşeninde öğrenciler ağırlıklı olarak kural temelli çözüm stratejisi kullanmışlardır. Benzer şekilde, Reys ve Yang (1998), öğrencilerin ölçüm referansları bileşenine yönelik sorulan bölme işlemine dayalı soruda orta düzey akademik başarıya sahip öğrencilerin tamamının kural temelli çözüm stratejisi kullandıklarını belirlemişlerdir. Reys ve Yang (1998) tarafından elde edilen bu bulgu ile araştırmanın bulgusunun benzer olmasının en temel nedeninin sorulan sorunun konu alanıyla ilgili olduğu düşünülmektedir. Özellikle kesirlerle bölme işlemine pek çok öğrenci bölme işleminin anlamı üzerine düşünmeden, bölme ters çevirip çarpmaya dayalı kural temelli işlemler yapmaktadır (Tiros, 2000). Bu bağlamda, öğrencilerin sayı hissinin dayalı sezgisel çözümleriyle kavram öğretiminin ilişkilendirilmesinin önemli olduğu düşünülmektedir.

## Öneriler

Bu bölümde, çalışmadan elde edilen bulgu ve sonuçlara dayalı olarak, hem uygulayıcılara hem de ileride bu alanda yapılacak çalışmalara yönelik aşağıdaki öneriler sunulmuştur.

- Bu çalışma nitel bir çalışma olup araştırmanın bulguları üç öğrenciyle sınırlıdır. Bu nedenle, daha geniş bir çalışma grubuyla öğrencilerin farklı formlarda verilen sorularda sayı hissi becerilerinin incelendiği bir çalışma yapılması elde edilen bulguların genellenebilir olması açısından önemlidir.
- Uluslararası alanyazında senaryo tamamlama çalışmalarında öğrencilerin sayı hissini incelendiği çalışmalar mevcutken ülkemizde böyle bir çalışmaya rastlanmamıştır. Farklı konu alanlarında senaryo formunda verilen sorularda öğrencilerin ya da öğretmen adaylarının sayı hissi kullanımlarının incelendiği çalışmalar yapılarak alanyazına katkı sağlanabilir.
- Bu çalışmanın çalışma grubunu farklı akademik başarıya sahip öğrenciler oluşturmaktadır ve öğrencilerin başarı düzeyine göre sayı hissi performanslarının işlem formunda farklılaştığı, senaryo ve şekil formunda benzer olduğu görülmüştür. Bu nedenle, daha geniş bir örneklem grubuyla çalışılarak öğrencilerin başarı düzeyleri ile kullanılan değerlendirme aracının sayı hissi gelişimi arasında anlamlı bir ilişki olup olmadığının incelenmesi önerilebilir.
- Farklı formlarda sorulan sorular öğrencilerin farklı sayı hissi stratejilerini açığa çıkarmaktadır. Bu nedenle, öğrencilerin sayı hissi becerilerini geliştirmek isteyen öğretmenlerin farklı formlardaki soruları içeren değerlendirme araçları kullanmasının faydalı olacağı söylenebilir. Değerlendirme araçları oluşturulurken işlem yapmayı zorlaştıran büyük sayıların kullanılmasına ve öğrenciyi kesin bir cevap bulmaya yönlendirmemesine dikkat edilmelidir.
- Esnek işlem yapma ve sonucun akla uygunluğuna karar verme bileşenine yönelik, öğrencilerde sayı hissi becerilerini geliştirmeyi amaçlayan öğretmenlerin senaryo formunda sorularla çalışmaları önerilmektedir.
- Sayı hissi kullanımı öğrencilerin sezgisel düşünceleri ile kavramsal bilginin inşa edilmesi arasında bir köprü görevi görmektedir. Bu nedenle, özellikle kesirler konusunda kavramsal bilgi öğrencilerin sayı hissi temelli çözümleri üzerine inşa edilebilir.

## Kaynakça

- Aksakal, K. (2020). *7. sınıf öğrencilerinin zekâ oyunları dersinde sayı duyusu stratejilerinin incelenmesi* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Hacettepe Üniversitesi, Ankara.
- Aktaş, M. C. ve Özdemir, E. T. (2017). An examination of the number sense performances of preservice elementary school mathematics teachers. *European Journal of Education Studies*, 3(12), 133-144. doi:10.5281/zenodo.1117088
- Ball, D. L. (1990). Prospective elementary and secondary teachers' understanding of division. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21(2), 132-144. doi:10.2307/749140
- Barnes, K. (2020). *Effectiveness of number sense instruction and memorization of math facts* (Yüksek lisans tezi). Northwestern College, Iowa.
- Bilgin, N. (2006). *Sosyal bilimlerde içerik analizi: Teknikler ve örnek çalışmalar*. Ankara: Siyasal Kitapevi.
- Burns, M. (1994). Arithmetic: The last holdout. *The Phi Delta Kappan*, 75(6), 471-476.
- Bush, S. B. ve Karp, K. S. (2013). Prerequisite algebra and associated misconceptions of middle grade students: A review. *The Journal of Mathematical Behavior*, 32(3), 613-632. doi:10.1016/j.jmathb.2013.07.002
- Can, D. (2019). Examination of the number sense performance of the fourth grade elementary school students based on some variables. *Elementary Education Online*, 18(4), 1751-1751.
- Can, D. ve Yetkin Özdemir, İ. E. (2020). An examination of fourth-grade elementary school students' number sense in context-based and non-context-based problems. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 18(7), 1333-1354. doi:10.1007/s10763-019-10022-3
- Carpenter, T., Corbitt, M., Kepner, H., Lindquist, M. ve Reys, R. (1980). Results of the second NAEP mathematics assessment: Secondary school. *The Mathematics Teacher*, 73(5), 329-338.
- Clarke, D. M. ve Roche, A. (2009). Students' fraction comparison strategies as a window into robust understanding and possible pointers for instruction. *Educational Studies in Mathematics*, 72(1), 127-138.
- Creswell, J. W. (2018). *Nitel araştırma yöntemleri: Beş yaklaşıma göre nitel araştırma ve araştırma deseni*. Ankara: Siyasal Kitapevi.
- Dekker, T. ve Dolk, M. (2011). From arithmetic to algebra. P. Drijvers (Ed.), *Secondary algebra education içinde* (s. 69-87). Almanya: Brill Sense.
- Der-Ching, Y. ve Hung-Jin, J. (2019). The study of primary school teachers' performance on number sense. *International Journal of Information and Education Technology*, 9(5), 342-349. doi:10.18178/ijiet.2019.9.5.1224
- Feigenson, L., Libertus, M. E. ve Halberda, J. (2013). Links between the intuitive sense of number and formal mathematics ability. *Child Development Perspectives*, 7(2), 74-79. doi:10.1111/cdep.12019
- Gabriel, F., Coche, F., Szucs, D., Carette, V., Rey, B. ve Content, A. (2013). A component view of children's difficulties in learning fractions. *Frontiers in Psychology*, 4, 715. doi:10.3389/fpsyg.2013.00715
- Gersten, R., Jordan, N. C. ve Flojo, J. R. (2005). Early identification and intervention for students with mathematics difficulties. *Journal of Learning Disabilities*, 38(4), 293-304. doi:10.1177/00222194050380040301
- Graeber, A. O. ve Tirosh, D. (1990). Insights fourth and fifth graders bring to multiplication and division with decimals. *Educational Studies in Mathematics*, 21(6), 565-588. doi:10.1007/BF00315945
- Greenes, C., Schulman, L. ve Spungin, R. (1993). Developing sense about numbers. *The Arithmetic Teacher*, 40(5), 279-284.
- Greeno, J. G. (1991). Number sense as situated knowing in a conceptual domain source. *Journal for Research in Mathematics Education*, 22(3), 170-218.

- Greer, B. (1987). Nonconservation of multiplication and division involving decimals. *Journal for Research in Mathematics Education*, 18, 37-45.
- Guba, E. G. ve Lincoln, Y. S. (1982). Epistemological and methodological bases of naturalistic inquiry. *Educational Communication and Technology Journal*, 30(4), 233-252.
- Gülbağcı Dede, H. ve Şengül, S. (2016). İlköğretim ve ortaöğretim matematik öğretmen adaylarının sayı hissinin incelenmesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 7(2), 285-303.
- Harç, S. (2010). 6. sınıf öğrencilerinin sayı duygusu kavramı açısından mevcut durumlarının analizi (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Marmara Üniversitesi, İstanbul.
- Hecht, S. A. ve Vagi, K. J. (2012). Patterns in children's knowledge about fractions. *Journal of Experimental Child Psychology*, 111, 212-229.
- Hiebert, J. (1999). Relationship between research and the NCTM standards. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30(1), 3-19.
- Houser, J. (2015). *Nursing research: Reading, using, and creating evidence* (3. bs.). Burlington: Jones ve Bartlett Learning.
- İymen, E. (2012). 8.sınıf öğrencilerinin üslü ifadeler ile ilgili sayı duygularının sayı duygusu bileşenleri bakımından incelenmesi (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Pamukkale Üniversitesi, Denizli.
- İymen, E. ve Duatepe-Paksu, A. (2015). Analysis of 8th grade students' number sense related to the exponents in terms of number sense components. *Education and Science*, 40(177), 109-125.
- Kamii, C., Kirkland, L. ve Lewis, B. A. (2001). Representation and abstraction in young children's numerical reasoning. A. A. Cuoco ve F. R. Curcio (Ed.), *The roles of representation in school mathematics* içinde (s. 24-34). Reston: National Council of Teachers of Mathematics.
- Kayhan Altay, M. (2010). İlköğretim ikinci kademe öğrencilerinin sayı duygularının; sınıf düzeyine, cinsiyete ve sayı duygusu bileşenlerine göre incelenmesi (Yayımlanmamış doktora tezi). Hacettepe Üniversitesi, Ankara.
- Kyttala, M. ve Björn, P. M. (2014). The role of literacy skills in adolescents' mathematics word problem performance: Controlling for visuo-spatial ability and mathematics anxiety. *Learning and Individual Differences*, 29, 59-66. doi:10.1016/j.lindif.2013.10.010
- Lin, Y. C., Yang, D. C. ve Li, M. N. (2016). Diagnosing students' misconceptions in number sense via a web-based two-tier test. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 12(1), 41-55.
- Lortie-Forgues, H., Tian, J. ve Siegler, R. S. (2015). Why is learning fraction and decimal arithmetic so difficult?. *Developmental Review*, 38, 201-221.
- Louange, J. E. G. (2007). *An examination of the relationships between teaching and learning styles, and the number sense and problem solving ability of year 7 students* (Doktora tezi). Edith Cowan University, Perth, Australia.
- Markovits, Z. ve Sowder, J. T. (1994). Developing number sense: An intervention study in grade 7. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25(1), 4-29. doi:10.2307/749290
- McIntosh, A., Reys, B. J. ve Reys, R. E. (1992). A proposed framework for examining basic number sense. *For the Learning of Mathematics*, 12(3), 2-9.
- Merriam, S. W. (2015). *Nitel araştırma desen ve uygulama için bir rehber* (S.Turan, Çev.). Ankara: Nobel.
- Miles, M. B. ve Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis: An expanded sourcebook*. Thousand Oaks, CA: Sage.
- Milli Eğitim Bakanlığı. (2018). *Matematik dersi öğretim programı ve kılavuzu (ilkokul ve ortaokul 1,2,3,4,5,6,7,8.sınıflar)*. Ankara: Devlet Kitapları Müdürlüğü.
- Mohamed, M. ve Johnny, J. (2010). Investigating number sense among students. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 8, 317-324.

- National Assessment of Educational Progress. (2019). Mathematics framework for the national assessment of educational progress. <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED604492.pdf> adresinden erişildi.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics* (J. Carpenter ve S. Gorg, Ed.). Reston, VA: NCTM.
- Ni, Y. ve Zhou, Y.-D. (2005). Teaching and learning fraction and rational numbers: The origins and implications of whole number bias. *Educational Psychologist*, 40, 27-52. doi:10.1207/s15326985ep4001\_3
- Östergren, R. ve Träff, U. (2013). Early number knowledge and cognitive ability affect early arithmetic ability. *Journal of Experimental Child Psychology*, 115(3), 405-421. doi:10.1016/j.jecp.2013.03.007
- Öztuna Kaplan, A. (2013). Durum çalışması. S. Baştürk (Ed.), *Bilimsel araştırma yöntemleri içinde* (s. 197-217). Ankara: Vize Yayıncılık.
- Reys, R. E. ve Yang, D. C. (1998). Relationship between computational performance and number sense among sixth-and eighth-grade students in Taiwan. *Journal for Research in Mathematics Education*, 29(2), 225-237.
- Reys, R. E., Reys, B. J., McIntosh, A., Emanuelsson, G., Johansson, B. ve Yang, D. C. (1999). Assessing number sense of students in Australia, Sweden, Taiwan and the United States. *School Science and Mathematics*, 99(2), 61-70.
- Riddle, M. ve Rodzwell, B. (2000). Fractions: What happens between kindergarten and the army?. *Teaching Children Mathematics*, 7(4), 202-206.
- Shumway, J. F. (2011). *Number sense routines: Building numerical literacy every day in grades K-3*. Maine: Stenhouse Publishers.
- Siegler, R. S. ve Pyke, A. A. (2013). Developmental and individual differences in understanding of fractions. *Developmental Psychology*, 49(10), 1994-2004. doi:10.1037/a0031200
- Şengül, S. (2013). Identification of number sense strategies used by pre-service elementary teachers. *Educational Sciences: Theory & Practice*, 13(3), 1965-1974.
- Şengül, S. ve Gülbağcı Dede, H. (2013). An investigation of classification of number sense components. *The Journal of Academic Social Science Studies*, 6(8), 645-645.
- Şengül, S. ve Gülbağcı Dede H. (2014). Matematik öğretmenlerinin sayı hissi problemlerini çözerken kullandıkları stratejiler. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 1(5), 73-88.
- Takır, A. (2016). 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin sayı duygusu becerilerinin bazı değişkenler açısından incelenmesi. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, 29, 309-323.
- Tirosh, D. (2000). Enhancing prospective teachers' knowledge of children's conceptions: The case of division of fractions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(1), 5-25.
- Usiskin, Z. (1987). Resolving the continuing dilemmas in school geometry. M. M. Lindquist ve A. P. Shulte (Ed.), *Learning and teaching geometry k-12 içinde* (s. 17-31). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Van de Walle, J., Karp, S. K. ve Bay Williams, M. J. (2014). Kesir hesaplamaları için stratejiler geliştirme. S. Durmuş (Ed.), *İlkokul ve ortaokul matematiği içinde*. Ankara: Nobel Akademik Yayıncılık.
- Van Hoof, J., Van de Walle, J., Verschaffel, L. ve Van Dooren, W. (2014). In search for the natural number bias in secondary school students' interpretation of the effect of arithmetical operations. *Learning and Instruction*, 37, 30-38. doi:10.1016/j.learninstruc.2014.03.004
- Wearne, D. ve Hiebert, J. (1988). Constructing and using meaning for mathematical symbols: The case of decimal fractions. *Number Concepts and Operations in the Middle Grades*, 2, 220-235.
- Whitacre, I. ve Nickerson, S. D. (2016). Investigating the improvement of prospective elementary teachers' number sense in reasoning about fraction magnitude. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 19(1), 57-77.

- Yang, D. C. (1995). *Number sense performance and strategies possessed by sixth and eighth grade students in Taiwan* (Doktora tezi). University of Missouri, Columbia.
- Yang, D. C. (2005). Number sense strategies used by sixth grade students in Taiwan. *Educational Studies*, 31(3), 317-334.
- Yang, D. C. (2006). Developing number sense through real-life situations in school. *Teaching Children Mathematics*, 13(2), 104-110.
- Yang, D. C. (2007). Investigating the strategies used by pre-service teachers in Taiwan when responding to number sense questions. *School Science and Mathematics*, 107(7), 293-301.
- Yang, D. C. ve Hsu, C. J. (2009). Teaching number sense for 6th graders in Taiwan. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 4(2), 92-109.
- Yang, D. C. ve Huang, F. Y. (2004). Relationships among computational performance, pictorial representation, symbolic representation and number sense of sixth-grade students in Taiwan. *Educational Studies*, 30(4), 373-389.
- Yang, D. C. ve Sianturi, I. A. J. (2019a). Sixth grade students' performance, misconceptions, and confidence when judging the reasonableness of computational results. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 17(8), 1519-1540. doi:10.1007/s10763-018-09941-4
- Yang, D. C. ve Sianturi, I. A. J. (2019b). Assessing students' conceptual understanding using an online three-tier diagnostic test. *Journal of Computer Assisted Learning*, 35(5), 678-689. doi:10.1111/jcal.12368
- Yang, D. C., Li, M. N. ve Lin, C. I. (2008). A study of the performance of 5th graders in number sense and its relationship to achievement in mathematics. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 6, 789-807.
- Yang, D. C., Reys, R. E. ve Reys, B. J. (2009). Number sense strategies used by pre-service teachers in Taiwan. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 7(2), 383-403.
- Yapıcı, A. (2013). *5, 6 ve 7. sınıf öğrencilerinin yüzdeler konusunda sayı duyularının incelenmesi* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Hacettepe Üniversitesi, Ankara.
- Yenilmez, K. ve Yıldız, Ş. (2018). 7. sınıf öğrencilerinin rasyonel sayılar konusunda kullandıkları sayı duyusu stratejilerinin incelenmesi. *Kuramsal Eğitimbilim Dergisi*, 11(3), 457-485.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2016). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Zanzali, N. A. A. ve Ghazali, M. (1999). *Assessment of school children's number sense*. International Conference on Mathematics Education into the 21st Century: Societal Changes: Issues and Approaches'de sunulan bildiri, Cairo, Egypt.

## Ek-1

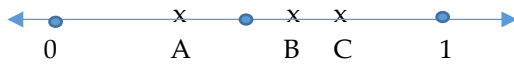
## Sayı Hissi Testi

## Şekil Formu

Kazanım: Kesirleri karşılaştırır, sıralar ve sayı doğrusunda gösterir

Hedef Sayı Hissi: Sayıların anlam ve büyüklüğünü anlama

Ş-1



Sayı doğrusunda A, B ve C harfleriyle gösterilen yerlere sırasıyla aşağıdaki sayılardan hangilerinin yazılması en uygundur? Açıklayınız.

A)  $\frac{4}{9}; \frac{3}{4}; \frac{8}{9}$       B)  $\frac{2}{3}; \frac{2}{5}; \frac{4}{7}$

C)  $\frac{1}{4}; \frac{4}{7}; \frac{3}{8}$       D)  $\frac{2}{5}; \frac{4}{7}; \frac{2}{3}$

## İşlem Formu

İ-1

$$\frac{2}{3}; \frac{2}{5}; \frac{4}{7}$$

Yukarıda verilen kesirlerle ilgili aşağıda verilen ifadelerden hangisi doğrudur?

Açıklayınız.

A)  $\frac{2}{3}$  kesri  $\frac{2}{5}$ 'ten daha küçüktür.

B)  $\frac{2}{5}$  kesri  $\frac{4}{7}$  kesrine göre bütüne daha yakındır.

C)  $\frac{2}{5}$  kesri  $\frac{2}{3}$  kesrine göre yarıya daha yakındır.

D) Verilen kesirlerin büyükten küçüğe sıralaması  $\frac{2}{3}, \frac{2}{5}, \frac{4}{7}$ 'dir.

## Senaryo Formu

S-1 Red-Kit, Belçikalı karikatürist Morris tarafından çizilen bir çizgi romandır ve ülkemizde çizgi film olarak da gösterilmiştir. Çizgi filmde yalnız bir kovboy olan "Red-Kit" sadık atı Düldül ile beraber her bölümde farklı bir suça karışan Dalton kardeşleri yakalamaktadır. Dalton kardeşlerin en uzun ve akli fikri yemekte olanı Avarell'dir. Kardeşlerin en akıllı olanı ve en kısa boylu olanı Joe'nun boyu Avarell'in boyunun  $\dots 2/5 \dots$ 'i kadardır. William'ın boyu ise Joe'dan daha uzun fakat Avarell'in boyunun  $\dots 4/7 \dots$ 'si kadardır. Jack ise William'dan daha uzun ancak o da Avarell'in boyunun  $\dots 2/5 \dots$ 'i kadardır.

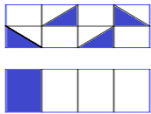
**Boşlukları aşağıda verilen kesirlerle uygun şekilde doldurarak verilen hikâyeyi tamamlayınız.**

$\frac{3}{2}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{7}$
---------------	---------------	---------------	---------------

Kazanım: Kesirleri karşılaştırır, sıralar ve sayı doğrusunda gösterir

Hedef Sayı hissi bileşeni: Eşdeğer ifadelerin anlaşılması ve kullanılması

Ş-2



Şekilde modellenen iki kesir için aşağıda verilen ifadelerden uygun olanını seçiniz. Cevabınızı açıklayınız.

A) I numaralı şekilde modellenen kesir  $\frac{4}{12}$ 'dir.

B) II numaralı şekilde modellenen kesir daha büyüktür.

C) Her iki şekilde verilen kesir eşit değildir.

D) Her iki şekilde verilen kesir eşittir.

İ-2

$$\frac{4}{16} \text{ ile } \frac{1}{4}$$

Kesirleri için aşağıda verilen ifadelerden uygun olanını seçiniz. Cevabınızı açıklayınız.

A)  $\frac{4}{16}$  kesri  $\frac{1}{4}$  kesrinden daha büyüktür

B)  $\frac{1}{4}$  kesri  $\frac{4}{16}$  kesrinden daha büyüktür

C) Her iki kesir birbirine eşittir.

D) Her iki kesir birbirine eşit değildir.

S-2 Ahmet ve Ali arkadaşlarının doğum günü partisine katılmıştır. Doğum gününde aynı büyüklükte biri çikolatalı diğeri meyveli iki tane pasta vardır. Ahmet çikolatalı çok sevdiğinden çikolatalı, Ali ise meyveli pasta yemiştir. Pastalar yenildikten sonra Ali ve Ahmet'in arasında aşağıdaki konuşma geçmiştir.  
Ahmet: Çikolatalı pastayı  $\dots 16 \dots$  parçaya bölmüşlerdi ama ben 4 parça yedim.  
Ali: Meyveli pastayı  $\dots 4 \dots$  parçaya bölmüşler ben  $\dots 1 \dots$  dilim yedim.

Ahmet: Galiba ikimiz de eşit miktarda pasta yemişiz.

Ali: Hayır, hiç sanmıyorum. Sen 4 parça yemişsin.

Ahmet: Akıllım, ikimizin yediği miktar da aslında pastanın  $\frac{1}{4}$ 'i kadar.

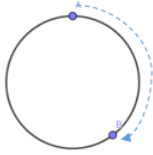
Boşlukları doldurup diyalogu tamamlayalım.

16 1  $\frac{1}{4}$  4  $\frac{1}{2}$

Kesirlerle toplama ve çıkarma işlemi yapar.

Hedef Sayı Hissi Bileşeni: Esnek işlem yapma ve sonucun akla yatkınlığını yargılama

Ş-3



Yukarıda verilen dairesel pistin çevresinde koşmakta olan Ali A noktasından B noktasına geldiğinde bir turu tamamlaması için alması gereken yol aşağıdaki aralıklardan hangisi olabilir?

0 ile  $\frac{1}{4}$  B)  $\frac{1}{4}$  ile  $\frac{1}{2}$

C)  $\frac{1}{2}$  ile  $\frac{3}{4}$  D)  $\frac{3}{4}$  ile 1

İ-3

$$1 - \frac{2}{5}$$

İşleminin sonucu aşağıda verilen hangi sayı aralığındadır? Açıklayınız.

A) 0 ile  $\frac{1}{4}$

B)  $\frac{1}{4}$  ile  $\frac{1}{2}$

C)  $\frac{1}{2}$  ile  $\frac{3}{4}$

D)  $\frac{3}{4}$  ile 1

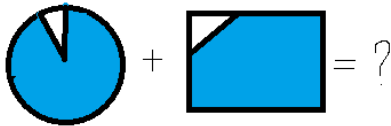
S-3 80 Günde Devr-i Alem

Bay Fogg, zengin, kibar, titiz ve dakik yaşayan biri olmasıyla ünlüdür. Bir gün üyesi olduğu "Londra Kulübü'nde" gerçekleştirilmesi imkânsız gibi görünen bir konuda servetinin yarısını ortaya koyarak bir iddiaya girer ve dünyanın çevresini 80 günde dolaşacağını söyler. Fogg, tek bir gecikme ya da tek bir aksilik sonucu her şeyini kaybetmesine neden olacak bu yolculuğa hemen ertesi gün çıkar. İlk olarak Londra'dan Afrika'ya 7 günde, Afrika'dan Hindistan'a 10 günde, Hindistan'dan Japonya'ya 15 günde ulaşır. Bay Fogg Japonya'ya geldiğinde yolculukta geçirmesi gereken sürenin  $\dots\frac{2}{5}\dots$ 'ini kullanmıştır. Bay Fogg'un iddiayı kaybetmeden Londra'ya dönmesi için geriye sürenin  $\dots\frac{3}{5}\dots$ 'i kalmıştır. Buna göre Bay Fogg'un dünyanın çevresini tamamlaması için kalan süre  $\dots\frac{1}{2}\dots$  ile  $\frac{3}{4}\dots$  arasındadır.

Boşlukları en uygun şekilde doldurarak hikâyeyi tamamlayınız.

$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{4}$
---------------	---------------	---------------	---------------	---------------

Ş-4



$$\frac{7}{8} + \frac{12}{13} \quad \text{İ-4}$$

Herhangi bir işlem yapmadan yukarıda verilen işlemin sonucuna en yakın cevabı işaretleyiniz. Cevabınızı açıklayınız.

S-4 Matematik ve müzik birbirinden çok uzak kavramlar gibi düşünülse de müzikteki notaları keşfeden Pisagor isimli bir matematikçidir. Pisagor bir gün bir demirci dükkanının önünden geçerken demirci ustasının kullandığı aletlere göre çıkan seslerin değiştiğini fark eder. Bunun üzerine Pisagor ustaya çeşitli aletler kullandırıp çıkan sesleri incelemiş ve notlar

İşleminin sonucu aşağıdakilerden hangisi olabilir?

21 B) 1 C) 2 **D) 19**

21 B) 1 C) 2 **D) 19**

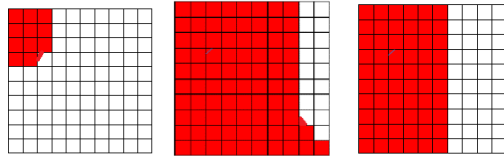
almıştır. Bu notlara göre Do telinin uzunluğu Si ve La notası için kullanılan tel uzunluklarından fazladır. Do sesini çıkaran bir telin uzunluğunun ...7/8...’i Si sesini verirken, ...12/13...’ü La sesini, ...2...’si Re sesini vermektedir. La notası için kullanılan telin uzunluğu Si notası için kullanılanlardan fazladır. Re notası için kullanılan telin uzunluğu ise neredeyse Si ve La notası için kullanılan uzunlukların toplamı kadardır.

**Boşlukları uygun şekilde doldurarak Pisagor’un aldığı notları belirleyiniz.**

7/8	12/13	19	2
-----	-------	----	---

Kesirlerle çarpma işlemi yapar

Hedef Sayı Hissi Becerisi: İşlemlerin anlamını ve etkisini anlamak



Yukarıda üç farklı boyalı kare verilmiştir. Buna göre yukarıdaki boyalı kare sayıları aşağıda verilen işlemlerden kendisine en yakın olanıyla eşlendiğinde hangi işlem açıktadır?

- A)  $100 \times \frac{1}{9}$   
 B)  $100 \times \frac{5}{6}$   
 C)  $50 \times \frac{6}{5}$   
**D)  $100 \times \frac{3}{2}$**

$$A = 100 \times \frac{1}{9} \quad \text{İ-5}$$

$$B = 100 \times \frac{5}{6}$$

$$C = 100 \times \frac{3}{2}$$

İşlemlerinin sonuçlarıyla ilgili aşağıda verilenlerden hangisi doğrudur?

- B’nin değeri A’dan küçüktür.  
 A’nın ve B’nin değeri 100’den büyüktür.  
 C’nin değeri 150’den büyüktür.  
**A’nın değeri 25’ten küçüktür.**

S-6 Alice bir gün ablasıyla beraber göl kenarında otururken, Alice’in dikkatini konuşan, saati olan ve koşutran bir tavşan çeker. Bu tavşanın peşine takılan Alice, tam tavşanı yakaladım derken derin bir kuyuya düşer. Kuyunun derinliklerinde keşfe çıkan Alice’in karşılaştığı tek şey cam bir sehpa ve küçük bir kapı olur. Alice’in o kapıdan geçebilmesi için boyunun daha kısa olması gerekmektedir. Sehpanın üzerinde bulunan içeceği içtiğinde Alice ...100... cm. olan boyunun ...1/9...’u boyuna gelir. Ancak bu sefer de anahtara uzanamadığından boyunun uzaması gerekir ve tekrar içecekten içer ve boyu başlangıçtaki boyunun ...5/6...’sı uzunluğuna gelir. Alice eski boyuna ulaşamamış olsa da Alice kapıdan geçemez ve gözyaşlarına boğulur.

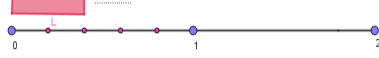
**Boşlukları aşağıda verilenleri kullanarak uygun şekilde tamamlayınız.**

100	3/2	1/9	5/6
-----	-----	-----	-----

## Kesirlerle bölme işlemi yapar

## Hedef Sayı Hissi Becerisi: Ölçüm referansları

Ş-6



Şekilde 2 cm. uzunluğunda verilen sayı doğrusunun üzerine  $\frac{2}{5}$  cm. uzunluğundaki şeritler aralarında hiç boşluk kalmayacak şekilde yan yana sıralanacaktır. Bu iş için en az kaç parça şerite ihtiyaç duyulur? Açıklayınız.

- A)  $\frac{4}{5}$     B)  $\frac{1}{5}$     **C) 5**    D) 10

İ-6

$$2 : \frac{2}{5}$$

Herhangi bir işlem yapmadan yukarıda verilen işlemin sonucuna en yakın cevabı işaretleyiniz. Cevabınızı açıklayınız.

- A)  $\frac{4}{5}$     B)  $\frac{1}{5}$     **C) 5**    D) 10

S-6

Su hayvanlar için hayattır. Onlar da susuyor ancak bizlere söyleyemiyorlar. Sokak hayvanlarına yardım amacıyla pek çok proje başlatılmış ve onlar için su kapları dağıtılmıştır. Ayşe de hayvanları çok sevdiği için evinin önüne su kabı koymuştur. Ayşe'nin su kabı ...1/5... litre su almakta ve Ayşe kabı günde 2 kez doldurmaktadır. Günlük ...2/5... litre su kullanan Ayşe 2 litre su şişesiyle ...5... gün boyunca su kabını doldurmuştur. Su bittiğinde ise yeniden su şişesini dolduran Ayşe, her gün bıkmadan sokaktaki dostlarımıza el uzatmıştır.

Boşlukları aşağıda verilenleri kullanarak uygun şekilde tamamlayınız.

1/5	10	2/5	5
-----	----	-----	---

\*(NAEP, 1978, aktaran Carpenter vd., 1980; NAEP, 2014, aktaran Lortie vd., 2015)